Frege, du nombre au concept.

F. Schmitz

2000

1 Introduction

L'œuvre logique de Frege, presque entièrement contenue dans la *Begriffsschrift* de 1879, présente un cas particulièrement saisissant de surgissement brusque d'une théorie ou d'une doctrine nouvelle dans un état d'achèvement remarquable. L'histoire retient ainsi quelques ouvrages qui ont fait date, comme la *Géométrie* de Descartes ou l'article de 1905 d'Einstein, non seulement parce qu'ils ouvrent un nouveau chapitre de l'histoire des sciences correspondantes, mais parce que leur contenu semble sans véritable précédent. Devant ce genre de nouveauté, on est toujours tenté de poser la question de savoir ce qui a pu y conduire, même si on ne peut complètement négliger les témoignages de leurs auteurs faisant état de brusques révélations lors de nuits d'insomnie ou de froides journées d'hiver !

S'agissant de la *Begriffsschrift*, la situation semble délicate : Frege n'a pas laissé beaucoup d'indications sur son itinéraire intellectuel, de sorte que l'on trouve dans l'abondante littérature secondaire que son œuvre a suscitée des appréciations parfaitement contradictoires. C'est ainsi que dans son article célèbre Sur l'histoire du calcul des propositions, Lukasiewicz s'émerveille [1] : "C'est un phénomène unique dans l'histoire de la logique : tout d'un coup, sans aucune explication historique possible, la logique des propositions sort dans un état d'achèvement quasi-absolu du cerveau génial de Gottlob Frege, le plus grand logicien de notre temps." A l'opposé d'un tel enthousiasme, d'autres, comme Hacker et Baker affirment que "les avancées réalisées par Frege étaient dans l'air à la fin du XIXème siècle". "Les mathématiques", ajoutent-ils, "étaient tout à la fois prêtes à faire main basse sur la logique et, semble-t-il, désespérement en quête d'une imprimatur logique. Si Frege n'avait pas fait la

1. p. 23 de la traduction de cet article in J. Largeault, *Logique Mathématique*, textes, Paris, A. Colin, 1972.

percée décisive en 1879, d'autres l'auraient fait de la même manière à l'époque où il vivait..." [2].

Il ne s'agit pas ici de trancher entre ces deux types d'opinion, mais d'essayer d'éclairer un point qui ne semble pas avoir retenu suffisamment l'attention des commentateurs de l'œuvre de Frege alors même qu'il peut sembler tout à fait central. Une des doctrines fregéennes les plus discutées est celle qui concerne le "concept". La métaphore de l'insaturation du concept (et plus généralement des fonctions), l'affirmation répétée inlassablement de l'objectivité du concept et le refus de tenir l'extension du concept pour la référence d'une expression conceptuelle, la thèse que seul un concept "strictement délimité" est scientifiquement acceptable, l'opposition radicale entre concept et objet ainsi que le semblant de paradoxe qui semble s'ensuivre, autant de points, parmi les plus saillants, qui ont suscité la perplexité pour ne pas dire l'hostilité de maints lecteurs des ouvrages de Frege.

Pourtant, on voit bien qu'il s'agit là d'une doctrine logiquement et philosophiquement centrale, sans laquelle la théorie de la quantification dont on fait gloire à Frege n'aurait sans doute pas vu le jour ; sans laquelle, non plus, la définition du nombre n'aurait pas été possible. C'est précisément ce dernier point qui semble crucial pour la compréhension de la nouveauté fregéenne. On s'en va répétant, à juste titre du reste, que la logique classique issue des *Analytiques* du vieil Aristote, ne permettait pas de formaliser les mathématiques classiques au double sens où 1) beaucoup d'inférences utilisées par les mathématiciens ne s'y trouvaient pas prises en compte et où 2) les contenus des propositions mathématiques ne pouvaient s'exprimer dans le moule extrêmement étroit des formes du jugement prédicatif. Tout cela est bien exact et on comprend bien l'importance qu'il y avait à élargir, comme le faisaient à la même époque de Morgan ou Peirce, la logique des propriétés (concepts) à une logique des relations.

Toutefois, en ce qui concerne Frege, cela supposait une nouvelle théorie du concept, esquissée dans la *Begriffsschrift* et qui trouvera son expression achevée dans les articles des années 90. L'acquis essentiel, bien connu, de l'opuscule de 1879 réside dans la manière de concevoir la mise en évidence d'un concept à partir de l'expression d'un "contenu de jugement". Si dans la proposition "Napoléon est mort à St. Hélène", on substitue "Nelson" ou "Wellington" à "Napoléon", on fait apparaître l'expression conceptuelle "...est mort à St. Hélène" ; il est clair alors que si, de plus, on substitue "Pagalu" ou "Santa Luzia" à "St. Hélène" on fait alors apparaître l'expression pour la relation "...est mort à...". L'élargissement de la logique des propriétés (concepts) à celle des relations s'effectue ainsi naturellement à partir d'une considération toute nouvelle du concept que n'épuise évidemment pas l'indication qui précède mais qui

2. cf. *Frege, Logical Excavations,* p. 15-16.

en constitue le cœur.

Une part considérable de la logique fregéenne est suspendue à cette révolution, dont les conséquences philosophiques n'ont pas fini d'être explorées. La question que l'on a envie de poser est alors de comprendre ce qui a pu amener Frege à une telle conception. La thèse que nous voudrions développer est, tout simplement, que cette conception résulte du projet initial de Frege, à savoir : assurer aux attributions numériques un statut logique clair. "Statut logique" ne veut pas dire ici, "définition en termes purement logiques du nombre" ; une telle définition n'est éventuellement possible que si l'on a clarifié la forme logique des attributions numériques, autrement dit si l'on a précisé les catégories logiques auxquelles appartiennent les constituants d'une attribution numérique. On sait à quoi aboutissent les analyses préliminaires des *Fondements de l'Arithmétique* : "la donnée d'un nombre enferme une assertion sur un concept" [3]. Ce n'est qu'après un tel résultat que l'entreprise de définition pourra être menée à bien.

Frege avait bien conscience que ce résultat impliquait une conception nouvelle de ce l'on doit entendre par concept, ce dont témoigne le fait qu'il consacre les paragraphes 47-54 des *Fdts.* à la préciser. Cela n'est pas très surprenant : malgré une terminologie qui peut sembler familière, la formule du paragraphe 46 n'a guère de sens dans la perspective classique héritée d'Aristote, perspective dans laquelle une analyse logiquement satisfaisante des attributions numériques n'a jamais pu être fournie. En portant son attention sur cette question, Frege ne pouvait donc que se détourner d'une tradition multiséculaire et se trouvait dans la nécessité de repenser complètement la notion de concept.

Nous voudrions donc mettre en évidence les difficultés que rencontrait l'analyse logique des attributions numériques et, par contraste, montrer comment la doctrine originale du concept que développe Frege permet non seulement d'échapper à ces difficultés, mais plus généralement d'éclaircir la forme logique de ce genre d'attribution.

3. *Les Fondements de l'Arithmétique* (trad. Cl. Imbert, Paris, Le Seuil, 1969 (nous ne reprennons pas nécessairement cette traduction), dorénavant *Fdts.*), § 46 : "*die Zahlangabe eine Aussage von einem Begriffe enhalte*", résultat essentiel sur lequel tout le reste repose d'après la préface des *Grundgesetze der Arithmetik* (Hildesheim, G. Olms, 1966, dorénavant *Gg.*) p. ix. Nous utiliserons pour rendre l'expression "*Zahlangabe*", la formule "attribution numérique" par quoi il faut entendre toute proposition dans laquelle est spécifié le nombre de "quelque chose" quelle que soit la forme grammaticale de la proposition ("les apôtres sont douze", "il y a douze apôtres", "le nombre des apôtres est douze", etc.). Rappelons que dans la perspective de Frege, un nombre n'est pas une propriété (*Eigenschaft*) d'un concept ; il ne faut donc pas entendre par "attribution numérique" seulement une proposition dans laquelle une expression numérique viendrait en position de prédicat (*Fdts.* §57).

2 L'introuvable analyse des attributions numériques avant Frege.

2.1 "*Les apôtres sont douze*"

Revenons sur l'exemple bien connu des apôtres, auquel on peut donner deux formes voisines : "les apôtres sont douze" ou "tous les apôtres sont douze"[4]. A la différence de ce que l'on peut tirer de "tous les apôtres sont des disciples du Christ", à savoir que Pierre est un disciple du Christ, on ne peut évidemment tirer des attributions numériques précédentes que Pierre est douze ou que Jean est douze. Cette difficulté avait déjà été aperçue par Platon dans l'*Hippias Majeur*, lorsqu'il fait dire par matière de plaisanterie à Socrate[5] : "...mais tu viens de nous expliquer que, d'une part, si ensemble nous sommes deux, il est nécessaire que chacun de nous soit deux, et que, d'autre part, si chacun de nous est un, il est nécessaire qu'ensemble nous soyons un."

Ce sophisme, que Socrate impute à Hippias, a été le plus souvent rangé par les médiévaux sous la rubrique aristotélicienne des sophismes "de la division" que l'on peut définir comme suit[6] : "La division fait sophisme lorsqu'une proposition comprise en division est fausse cependant qu'elle est vraie comprise en composition". Comprendre "les apôtres sont douze" au sens divisé revient à "l'exposer" sous forme d'une conjonction ("Pierre est douze et Jean est douze etc."), ce qui n'est plus possible si on l'entend au sens composé (ou conjonctif, comme on dit parfois). Fausse au sens divisé, la proposition devient vraie au sens composé, mais alors il n'est plus possible d'en faire la majeure en A d'un syllogisme et donc d'en tirer, via la mineure singulière "Pierre est un apôtre", que Pierre est douze.

Notons que cette solution à la difficulté soulevée par Socrate s'applique à des cas qui peuvent sembler assez éloignés, au moins par leur formulation. Dans les

4. On trouve également dans la littérature consacrée à cette question au Moyen Age, l'exemple "les catégories sont dix". cf. *Summa Sophisticarum Elencorum* (fin XIIème ou début XIIIème s.) in de Rijk, *Logica Modernorum*, vol I (Assen (Netherland), Royal VanGorcum Ltd., 1972, dorénavant *L. M.*), p. 319.

5. *Hippias Majeur*, 301d ; ce texte est cité par Frege au début de son "autobiographie" intellectuelle adressée à Darmstaetder en 1919. J.L. Gardies a consacré un article tout a fait éclairant au "platonisme" de Frege en exploitant fort judicieusement cette référence à Platon dans un article paru il y a une dizaine d'années (Revue Philosophique, 1989, n°1, p. 65-84).

6. "*Divisio facit fallaciam quando aliqua oratio in divisione intellecta est falsa, in compositione vero intellecta est vera.*" *Summa Soph. Elencorum*, in *L. M.* vol. I, p. 317. *Logique de Port Royal*, III, xix, p. 255 (de l'édition de P. Clair et F. Girbal, Paris P.U.F., 1965) (dans un sens assez différent, sauver les pécheurs !)

Réfutations Sophistiques[7], Aristote avait introduit cette distinction entre sens divisé et sens composé à propos d'une proposition que les médiévaux reprendront sans se lasser, à savoir "cinq sont deux et trois" ("quinque sunt duo et tria") dont, au sens divisé, on pourrait tirer que cinq est pair et impair. A ce type de sophisme se rapportent également ceux que l'on pourrait faire avec "la pie est blanche et noire" ou "le drapeau est bleu, blanc et rouge" si l'on s'avisait d'en tirer "la pie est blanche et la pie est noire, ou "le drapeau est bleu et le drapeau est blanc et le drapeau est rouge" [8].

Les médiévaux avaient une autre manière de faire face à cette petite difficulté lorsque la proposition est formulée en utilisant le signe universel "tous" (*omnis*). Dans "tous les apôtres sont douze", "tous" ne joue pas le même rôle que dans "tous les apôtres sont disciples du Christ" : dans ce dernier cas "tous" distribue (ou divise) le sujet, de sorte qu'il est possible de "descendre aux inférieurs", —ici les individus—, alors que dans le premier cas, "tous" est pris collectivement et a plutôt le sens de "tous ensemble" [9] , mais alors, comme le remarquera Jungius dans la *Logica Hamburgensis*, "cette particule n'est pas un signe d'universalité" [10]. A ces deux acceptions de "tous", correspondent mais approximativement seulement [11], les deux

7. 166a, 32-34

8. Ockham traite de cela dans la *Somme de Logique*, II, chap. 37 (J. Biard trad., Bramepan, T.E.R., 1996) ; voir également, Pierre d'Espagne, *Tractatus*, (de Rijk, ed., Assen (Netherland), Royal VanGorcum Ltd., 1972, dorénavant T.), p. 126, ou encore *L. M.* vol. I, p. 210, etc. La distinction du sens divisé et du sens composé est souvent utilisée pour résoudre les bizarreries qui surgissent avec les modales ; "sens divisé" équivaut alors à la modalité *de re*, "sens composé", à la modalité *de dicto*.

9. cf. William of Sherwood, *Treatrise on sycategorematic words* (N. Kretzmann, ed. and trad. Minneapolis, U. of Minnesota Press, 1968), p. 39, P. d'Espagne, T. p. 210, Ockham, *Somme de Logique*, II, chap. 4 et 6 p. 29, etc.

10. Jungius, *La Logique de Hambourg*, II, 4, p. 76 de la traduction due à F. Muller pour sa thèse soutenue en 1984 devant l'Université de Metz

11. "*Totus*" présente une ambiguïté semblable à celle d' "*omnis*" puisque l'on admet que "*totus*" distribue sur les parties intégrales (et non pas sur les parties subjectives) : de "tout Socrate est blanc" suit "chaque partie de Socrate est blanche". Cela peut conduire au sophisme "Socrate est plus petit que Socrate" puisque "tout (*totus*) Socrate est plus petit que Socrate" est vrai, tout comme "tout Socrate est Socrate". Si l'on prend "tout Socrate" au sens "toutes les parties intégrales de Socrate" ou "Socrate en tant qu'on en considère les parties", la première proposition est vraie puisque chaque partie intégrale de Socrate est plus petite que Socrate ; elle n'est plus vraie si on prend "tout Socrate" comme "Socrate en totalité". P. d'Espagne, *T.*. (XII 28, p. 227) en arrive à distinguer entre des prédicats qui conviennent indifféremment au tout et à ses parties, comme "blanc", "froid" et ceux qui ne conviennent pas aux deux comme "plus petit", "plus grand". Par la suite, on distinguera entre "tout" catégorématique, au sens de "tout entier", "parfait" qui ne distribue pas sur les parties intégrales et "tout" syncatégorématique qui lui distribue (cf. Ockham, *Somme de Logique*, II, 6). Cette distinction catégorématique / syncatégorématique eut une grande

sens de "totus" : "touts universels", à savoir, les genres et les espèces qui ont des parties subjectives au sens où ils peuvent être prédiqués de sujets ("homme" partie subjective de "animal") et "touts intégrals" ou "collectifs", à savoir ceux qui sont constitués de parties "intégrales" comme Socrate l'est de ses membres, de sa tête etc. Cette dernière distinction ne semble cependant pas utilisée lorsqu'il s'agit des douze apôtres, et c'est là un point intéressant sur lequel nous reviendrons.

La difficulté, on le voit, semble simple : une attribution numérique se fait d'un sujet qui ne se comporte pas à la manière dont doit se comporter le terme moyen dans les inférences que retient la vieille logique. Si l'on s'en tient aux quatre modes "parfaits" de la première figure, auxquels il est de tradition de ramener les modes des deuxième et troisième figures, le moyen, sujet de la majeure, y est toujours pris universellement. En vertu des deux dictum, *de omni* et *de nullo*, il est assuré que l'on peut affirmer ou nier le prédicat d'une universelle de tout ce qui est "sous" le sujet, de sorte que, pour reprendre une formule souvent utilisée, on peut toujours "descendre aux inférieurs", espèces ou individus [12]. Il n'y a syllogisme que si cette descente est possible, or c'est précisément ce que l'on ne peut faire lorsque l'on a affaire au sujet d'une attribution numérique : "apôtre", moyen dans le pseudo syllogisme incriminé, n'est pas pris pour ses inférieurs de sorte qu'il n'est pas possible de prédiquer de ces derniers ce dont on le prédique, à savoir "douze".

Ce phénomène n'est du reste pas exceptionnel puisque, comme on l'a vu, tout sujet "complexe" peut être compris de telle sorte que la descente ne soit pas possible. On peut même remarquer que le sophisme "*homo est species*" relève de la même impossibilité de descendre puisque dans cette proposition "homo" n'est évidemment pas pris pour ses inférieurs ; il est donc impossible de prédiquer "*species*" de Socrate [13]. Les logiciens médiévaux rencontraient ainsi des propositions qui malgré leur allure d'universelles étaient telles qu'il n'était pas possible de syllogiser à partir d'elles. Les "solutions" comme on le sait, consistaient à élaborer toutes sortes de distinctions dans les manières de signifier des termes ou dans leur significata, de manière à dres-

---

importance dans la question de l'infini.

12. Rappelons la formulation classique du *dictum de omni* telle que la donne P. d'Espagne "Dit de tous, est lorsque rien n'est subsumé par le sujet dont le prédicat ne soit dit" (*Dici de omni est quando nichil est sumere sub subjecto de quo non dicatur predicatus*"). La formulation de la *Logique de Port Royal.* (III, v, p. 193) est évidemment en termes d' "idée" : "Ce qui convient à une idée prise universellement, convient aussi à tout ce dont cette idée est affirmée, ou est sujet de cette idée, ou qui est compris dans l'extension de cette idée, car ces expressions sont synonymes."

13. Ce qui ne veut pas dire que les médiévaux apportaient une solution uniforme à ces différentes difficultés. Le sophisme "*homo est species*" a été réglé en termes de "*translatio (dialectica)*" par Abélard, par exemple, avant de l'être dans les termes de la théorie de la "*suppositio*" ("*simplex*", ou parfois "*materialis*") à partir du XIIIème siècle. Le sophisme des apôtres ne peut être traité en termes de "*suppositio*".

ser une sorte de cordon sanitaire logico-grammatical autour des seules propositions pouvant entrer dans les inférences syllogistiques.

Dans les termes de la théorie de la supposition, les syllogismes classiquement répertoriés ne peuvent comporter que des termes ayant une supposition personnelle, qu'elle soit déterminée ou confuse ; les termes sujets ont soit une supposition (commune) personnelle déterminée s'ils sont indéfinis ou précédés de "signes de particularité", ce qui est le cas des sujets d'une proposition catégorique particulière, soit une supposition (commune) personnelle confuse, distributive et mobile s'il s'agit du sujet d'une proposition catégorique universelle. Quant au prédicat, il semble qu'on en soit arrivé à admettre qu'il a une supposition personnelle, mais celle-ci peut varier selon qu'il s'agit d'une universelle ou d'une particulière (ou indéfinie) [14].

D'une manière générale, un terme commun suppose personnellement lorsqu'il est "pris pour ses inférieurs" [15], ou, comme le dit Ockham lorsqu'il "suppose pour son (ou ses) signifiés" [16]. La distinction entre supposition personnelle déterminée et supposition confuse, distributive et mobile se traduit par des possibilités de descente différentes : de "quelque homme est stupide", on peut descendre disjonctivement à "Alfred est stupide ou Octave est stupide ou Jules est stupide..." alors que de "tout homme est stupide", on peut descendre conjonctivement à "Alfred est stupide et Octave est stupide et Jules est stupide...". Dans le cas du prédicat, les choses sont un peu plus compliquées : dans une universelle affirmative, par exemple, on peut descendre de "tout homme est animal" à une proposition à prédicat disjoint "tout homme est chien ou chat ou éléphant ou..." [17] ; dans une universelle négative, on peut descendre conjonctivement : "aucun homme n'est un cheval" donne "aucun homme n'est Bellerophon, et aucun homme n'est Rossinante et...".

L'important, pour ce qui concerne notre propos, est que le sujet des prémisses d'un syllogisme, étant toujours accompagné d'un signe d'universalité ou de particularité (les indéfinis étant assimilés aux particuliers), supposent nécessairement pour leurs inférieurs, que ce soit de manière confuse mobile et distributive ou de ma-

14. P. d'Espagne par contre, admettait, non sans hésiter, que le prédicat d'une universelle a une supposition simple et non personnelle ; dans son optique plutôt "réaliste" cela revient à cette curieuse formule qui ménage la chèvre et le choux : "Dans cette proposition (tout homme est animal)... est prédiqué le genre "animal" qui n'est de nulle manière confondu, ni mobilement ni immobilement, mais qui se tient pour (*stat pro*) l'essence même du genre commun prédicable de plusieurs." p. 87. Cela conduirait à ce que dans un Barbara, par exemple, le moyen supposerait personnellement (confusément, distributivement etc.) dans la majeure, mais simplement dans la mineure.

15. cf. Pierre d'Espagne, *T.*, p. 82.

16. *S.L.* I. §64 ;

17. supposition seulement confuse d'Ockham. Rappelons que dans la "*logica vetus*" la supposition était réservée au terme sujet.

nière déterminée. C'est là une caractéristique essentielle des toutes les propositions pouvant servir de prémisses qui donne son allure particulière au raisonnement syllogistique : il s'agit toujours de montrer que ce qui vaut du supérieur, vaut également de l'inférieur, et cela est plus large que la simple transitivité de la relation d'inclusion à quoi on ramène peut être trop simplement la liaison prédicative. Il est clair en effet que ce qui vaut de l'animal, vaut de l'homme, tout comme ce qui vaut des choses blanches vaut de certains cygnes ("tout ce qui est blanc est visible par faible lumière, quelques cygnes sont blancs, ergo…"). Dans le vocabulaire de la *suppositio* [18], cela peut s'exprimer en disant que le grand terme suppose pour tout (ou pour rien de) ce pour quoi suppose le moyen qui lui même suppose pour tout ou partie de ce pour quoi suppose le petit terme : on en tire donc que le grand terme suppose (ou ne suppose pas) pour tout ou partie de ce pour quoi suppose le petit terme [19].

Cette manière de présenter les choses n'est certes pas la seule possible et nous l'adoptons pour ne pas avoir à entrer dans les débats philosophiques concernant les universaux. Elle a surtout l'avantage de faire apparaître de manière simple les restrictions que la considération du seul raisonnement syllogistique [20] impose aux termes qui peuvent entrer dans un raisonnement et qui interdit de mettre en position de sujet ceux qui ne peuvent être pris pour leurs inférieurs de sorte que le terme en position de prédicat vaut également des inférieurs (de tous ou de certains). Cela revient à admettre que les termes supérieurs ne font que supposer pour les mêmes choses pour lesquelles supposent les termes inférieurs, la seule différence véritable étant que les premiers supposent pour des choses en plus grand nombre que ne le

18. En nous mettant dans la perspective ockhamiste.

19. Nous nous limitons dans ces considérations aux modes "parfaits" de la 1ère figure, les autres s'y réduisant par les classiques opérations de conversion, transposition et éventuellement réduction à l'absurde.

20. Cela ne veut pas dire que les anciens ni les médiévaux n'aient aperçu de nombreux types d'inférence parfaitement valides mais qu'il était impossible de mettre sous forme de syllogisme catégorique. Outre, évidemment, les "syllogismes hypothétiques" (conditionnels, conjonctifs, disjonctifs) on trouve ces inférences "du droit à l'oblique" dont Jungius fait état dans sa *Logique d'Hambourg* (cf. p. 123 et p. 192-3) et qui ont retenu toute l'attention de Leibniz, sans cependant l'amener à se détacher de son amour immodéré pour la syllogistique. C'est ce genre d'inférence que de Morgan mettait au défi un adepte de la syllogistique de justifier : "… il n'est pas vrai que toute inférence puisse être obtenue par un syllogisme ordinaire dans lequel les termes de la conclusion doivent être des termes dans les prémisses. A quiconque prouvera par un tel syllogisme que, puisque tout homme est un animal, toute tête d'homme est une tête d'animal, je suis prêt à poser une autre question." ("On the Syllogism, IV", in *On the Syllogism and other logical writings*, P. Heath, ed. Londres, Routledge and Kegan Paul, 1966, p. 216). Dans la logique du premier ordre contemporaine, cette inférence est justifiée par la loi logique toute simple :

$\forall x(Px \Rightarrow Qx) \Rightarrow \forall y[\exists z(Pz \wedge yRz) \Rightarrow \exists t(Qt \wedge yRt)]$.

Ce genre d'inférence ne peut être justifiée que dans le cadre d'une logique des relations.

sont celles pour lesquels supposent les seconds qui peuvent, en fin de compte ne supposer que pour une seule chose. On sait, du reste, que si Aristote ne considère pas le cas de syllogisme avec une prémisse singulière, ces successeurs ne s'en sont pas privés [21].

Il y a donc derrière le raisonnement syllogistique, cette thèse que les termes avec lesquels nous raisonnons ne sont que des noms de choses, qu'il s'agisse de noms propres (termes singuliers) ou de noms communs (termes communs), étant entendu qu'il n'y a des uns au autres aucune différence de nature : un nom propre, ou terme singulier, pour reprendre le langage des médiévaux, n'est prédicable que d'un seul, alors qu'un terme commun est prédicable de plusieurs [22]. "Socrate" nomme Socrate, comme "homme" ou "animal", à cela près que les derniers termes nomment aussi Platon ou Brunellus. On voit bien qu'il importe peu, du seul point de vue du logicien, de savoir si un terme commun signifie une "nature commune" ou une "forme, ou la "nature du genre", etc. La seule chose qui importe est que l'on puisse le prédiquer de ce de quoi l'on prédique un de ses inférieurs, c'est à dire de ces "choses" que ce dernier nomme aussi [23]. Le parti pris "nominaliste" d'Ockham est bien sûr une prise de position philosophique, mais il est rendu possible et même plausible, par ce fait qu'il se contente de prendre en considération le fonctionnement "logique" des termes dans le syllogisme.

21. cf. Sextus Empiricus, *Hypotyposes P.* II, xiii, 164, prend comme exemple de "syllogisme dont se servent les Péripatéticiens" : "Socrate est un homme, tout homme est une créature, donc Socrate est une créature". Le syllogisme de Pittacos (*An P.* II 27, 70a 26) suffirait déjà à montrer que rien n'interdit aux yeux d'Aristote lui-même de telles prémisses. Que du point de vue de la logique contemporaine une proposition "singulière" et une proposition "particulière" ou universelle expriment deux relations logiques irréductibles l'une à l'autre, est bien ce que la logique d'Aristote n'a justement pas vu.

22. cf. par exemple, P. d'Espagne. : "Terminus communis est qui est aptus natus de pluribus predicari, ut 'homo' de Sorte et de Platone et de unoquoque aliorum hominum. (...) Terminus singularis est qui est aptus natus de uno solo predicari." T. I §8 p. 4-5. Nous utiliserons sans trop de scrupules nom propre et terme singulier l'un pour l'autre, mais il faut se souvenir que traditionnellement si tout nom propre est un terme singulier, la réciproque n'est pas vraie, un terme singulier pouvant être construit en ante-posant un démonstratif à un terme commun. Notons tout de suite qu'il y a deux manières de voir le rapport entre nom propre et terme singulier : soit l'on considère qu'un nom propre n'est qu'un terme singulier et on le traite alors comme "ce qui ne peut être prédiqué que d'un seul", soit on considère qu'un terme singulier construit en ante-posant un article défini à un "nom commun" n'est qu'un nom propre, dont les propriétés sémantiques et le fonctionnement logique ne sont pas les mêmes que ceux d'un nom commun (au sens, par exemple, où un nom propre dénote sans connoter, au sens de Mill). La première attitude est en général celle de la tradition, la deuxième est celle de Frege.

23. Pour la simplicité de l'exposé, nous ne considérons que les syllogismes affirmatifs, mais il est facile de transposer ces remarques aux syllogismes négatifs.

C'est à ce fonctionnement des termes dans les syllogismes que s'accroche ce leit-motiv philosophique que les "concepts" ou les "universaux" sont des abstractions au sens où ils "représentent" les choses en faisant abstraction de tels ou tels de leurs aspects [24]. Sur ce point les logiciens de Port Royal ne font que répéter, dans le vocabulaire des "idées", ce que tant d'autres ont dit depuis Aristote : "Quoique toutes les choses qui existent soient singulières, néanmoins par le moyen des abstractions que nous venons d'expliquer, nous ne laissons pas d'avoir tous plusieurs sortes d'idées dont les unes ne nous représentent qu'une seule chose, comme l'idée que chacun a de soi-même, & les autres en peuvent représenter également plusieurs, comme lorsque quelqu'un conçoit un triangle sans y considérer autre chose sinon que c'est une figure à trois lignes & à trois angles, l'idée qu'il en a formée lui peut servir à concevoir tous les autres triangles...Les noms qui servent à marquer les premières s'appellent noms propres, Socrate, Rome, Bucephale. Et ceux qui servent à marquer les derniers, communs & appellatifs, comme homme, ville, cheval." [25].

On voit bien que, de la même manière qu'un terme commun nomme ou se prédique de plusieurs individus, en ce que ces individus présentent un aspect commun, un "concept" est une manière de se rapporter ou de concevoir ces mêmes individus par ce qu'ils partagent en commun. Dans les termes de la vieille logique, une espèce, un genre, une définition, un propre, ou un accident, en un mot un "prédicable", fonctionnent comme des concepts en ce sens. Comme on le sait bien, ce ou ces aspects communs exprimés par un terme commun constituent ce que les logiciens de Port Royal appellent la "compréhension" [26] du concept correspondant, l'ensemble des individus nommés ou dont se prédique le même terme, l' "étendue" ou "extension" du concept [27].

Cela étant, revenons à la question des attributions numériques.

Lorsque le logicien distingue le sens divisé de "tous" de son sens "composé" ou

24. cf. sur ce point l'article de J.L. Gardies cité note 5.

25. *Logique de P.R.* I, vi, p. 57-58. cf. également, Jungius : "Le fondement commun des cinq prédicables est l'individu : c'est de lui en effet qu'ils sont comme abstraits, par une opération de l'esprit et c'est en lui qu'ils tiennent leur existence réelle.", *Logique de H.* p. 6. Le terme "concept" que nous souhaitons pouvoir utiliser à une saveur psychologique que nous n'avons pas à prendre en considération. Les médiévaux parlaient, au sens psychologique, d' "intention (de l'âme)", au sens philosophico-métaphysique d' "universaux", au sens logique de "termes". Comme nous voulons défendre l'idée qu'il n'y a grand chose en commun entre la conception classique du concept-terme de la proposition catégorique et la conception fregéenne, "concept" ne pourra qu'avoir un sens dépendant du contexte.

26. Ce que Leibniz appelle également l' "intension" du concept, *N. E.* IV, chap 17, p. 432.

27. Dans la formulation de la Logique de Port Royal l'étendue est définie comme l'ensemble des inférieurs et non seulement comme l'ensemble des individus, cf. I. vi, p. 59.

"collectif", ou qu'éventuellement, il distingue "tout distributif" et "tout collectif", il ne fait rien d'autre que d'exclure des propositions comme "les planètes sont sept" du régime normal des propositions à partir desquelles on peut syllogiser. Ce faisant il n'a plus rien à en dire puisque cela revient à marquer que le sujet de telles propositions n'est ni un terme commun pris soit universellement soit particulièrement ni un terme singulier puisqu'il ne suppose pas pour une chose numériquement une. Ce dernier point mérite que l'on s'y arrête car il permet de mettre en évidence les difficultés redoutables que rencontrait qui cherchait à entrer plus avant dans l'analyse des attributions numériques. Rien de plus instructif à cet égard que de relire les pages que Suarez consacre à la quantité discrète dans sa 41ème *Disputatio*[28].

2.2 F. Suarez et la quantité discrète

On pourrait résumer de manière un peu provocante la thèse que défend Suarez, en disant que, pour lui, le sujet d'une attribution numérique n'est rien de réel pas plus que ne l'est le nombre qu'on lui attribue. Dans les termes de la scolastique finissante, cela tient à ce que le sujet n'est qu'un agrégat de sujets qui n'a aucune unité véritable et qui ne peut donc compter comme *ens per se*, —de ces *entia* dont l'unité se réciproque avec l'être. En tant que sujet d'une attribution numérique, le sujet ne peut qu'être divisé et ne peut comporter aucune composition ou union réelle puisque le nombre qui lui est attribué "requiert la négation d'une telle union" [29].

L'important, dans l'argumentation de Suarez est que ce à quoi le nombre est attribué, n'est pas une multitude quelconque, au sens où l'on peut parler de multitude "transcendantale" par opposition à l'un transcendantal qui se réciproque avec l'être ; c'est une multitude quantitative, c'est à dire une multitude composée d'unités quantitatives. Suarez admet que l'un quantitatif n'est qu'une sorte d'unité transcendantale dans le genre de la quantité : "Il faut dire ensuite que dans la quantité elle-même, l'unité par laquelle elle-même [sc. la quantité] est une, n'est rien d'autre que l'unité transcendantale appliquée à un tel *ens*, à savoir à la quantité" [30] ; en tant que telle, l'unité quantitative n'ajoute donc rien à une quantité singulière, c'est à dire à une quantité continue dont toute l'unité tient à l'indivision actuelle, ce qui est une pure privation et n'est donc rien de positif.

Qu'ajoute alors le nombre à ce à quoi il est attribué [31] ? rien, aucun accident réel

28. F. Suarez, *Disputaciones Metafisicas*, vol. VI, S. Rabade R., S. Caballero S., A Puigcerver Z. eds. et trad. (en espagnol), Madrid, Gredos, 1974.

29. *Disputatio* XLI, §3.

30. *Disputatio* IV, sect. 9, §9, in *Disputationes Metafisicas*, vol. I, S. Rabade R., S. Caballero S., A Puigcerver Z. eds. et trad. (en espagnol), Madrid, Gredos, 1960.

31. Cette discussion présuppose évidemment deux lieux communs de la scolastique à propos des

positif, ni aucun mode réel. Suarez raisonne par parité de raison : pas plus que l'unité quantitative n'ajoute quoi que ce soit à la quantité continue en tant qu'indivise, le nombre n'ajoute rien à toutes les unités prises ensemble (*omnibus unitatis simul sumptis*[32]). Citons le passage dans lequel il expose ses arguments en faveur de cette thèse : "La conséquence est sans conteste évidente d'abord parce que les unités étant posées et toute autre chose supprimée, soit par l'intellect, soit par la puissance divine, le nombre ne peut pas ne pas être ; ensuite, parce que le nombre proprement dit est comparé aux unités quantitatives comme une multitude de choses aux unités transcendantales ; enfin, parce que cette chose ajoutée soit serait une absolument et la même dans toutes les unités prises ensemble et en chacune d'elles, soit serait une seulement dans la collection, posant quelque chose dans chaque unité (*vel esset tantum una collectione aliquid ponens in singulis unitatibus*). La première [hypothèse] est simplement impossible ; comment en effet une entité simple pourrait-elle être dans des sujets réellement distincts et distants et de nulle manière unis ? La deuxième, d'autre part, s'oppose à la première supposition[33] ; car si le nombre pose quelque chose dans chaque unité, distincte de sa quantité et de toute entité des autres unités, alors cette entité appartient à la raison d'une telle unité en plus de la quantité ; ce qui a été prouvé faux."

Cette dernière alternative est particulièrement intéressante : que le nombre qui

nombres : 1. un nombre est une pluralité (multitude, multiplicité...) d'unités, vieille définition euclidienne (et même pythagoricienne), reprise par Aristote ; 2. le nombre est issu de la division de la quantité continue, thèse qui est attribuée à Aristote (*Physique* III, chap 6 et 7) et qui aboutit aux pittoresques considérations sur la numérabilité des anges : peut-on nombrer les anges alors qu'en tant que substances spirituelles, ils n'ont aucune masse corporelle et donc aucune quantité continue ? D'un autre côté, comme il n'est pas inintéressant de pouvoir dire que les anges sont très nombreux, beaucoup plus nombreux que les substances matérielles, puisque les myriades d'anges concourent à la perfection de la création, St. Thomas, par exemple, admet qu'on peut les compter. Suarez, pour sa part, estime qu'il n'y a pas grand sens à nombrer les anges, mais que si l'on ne considère que le nombre "selon la raison" alors pourquoi pas ! On sait que "selon la raison" on peut dire et faire à peu près n'importe quoi. Par ailleurs, Suarez rejette avec raison, la thèse prêtée à Aristote (cf. *Cat.* 5a30), selon laquelle l'unité dernière d'un nombre joue le rôle de forme pour les unités qui le précèdent, de sorte que par là un nombre pourrait être considéré comme un *ens per se* puisqu'il y a un certain ordre en lui. St. Thomas avait repris et exploité cette suggestion pour comprendre la formule d'Aristote au livre *H* de la *Métaphysique*, 1044a 3-5 : "il faut qu'il y ait dans les nombres un principe qui les rende un". Suarez considère que, en tant que le nombre existe dans les choses, c'est à dire dans des multitudes réelles, il n'est que nombre cardinal, l'ordinal ne se trouve "que dans notre opération ou numération" (§2) ; c'est pourquoi il ne traite que du nombre cardinal.

32. XLI, sect I, §11, p. 158.

33. sc. : l'unité quantitative n'ajoute aucun accident particulier réel et positif à une chose quantitative et continue (*supra rem quantam et continuam*) en tant que telle.

est dans une multitude réelle de choses, ne puisse ajouter une "entité simple" à la multitude et aux unités qui la constituent tient à la division de la multitude en tant que telle, division qui est précisément ce qui fait qu'elle est quantité discrète et donc nombre. D'une certaine manière, s'agissant d'un accident véritable que l'on rapporte à un ensemble de singuliers ("les Ethiopiens sont noirs"), à l'unité *per se* et simple de l'accident répond dans la multiplicité des sujets au moins une ressemblance qui, si l'on peut dire, les rapproche en tant qu'ils partagent la même qualité. C'est tout le contraire qui se passe s'agissant d'une attribution numérique : celle-ci s'effectue en ne prenant en compte que la division des sujets entre eux, le fait, comme on le dit et le répète après Aristote, qu'il n'y aucun terme commun en quoi ils soient joints [34]. Le nombre ne pose donc aucune entité une de simplicité dans une multitude dont il n'exprime en réalité que la pure et simple multiplicité ; dire que les apôtres sont douze ou les planètes sept, n'implique donc que la seule prise en compte des individus dans leur unité quantitative, indépendamment de toute autre détermination.

La seconde branche de l'alternative n'est pas moins interdite puisqu'elle revient justement à supposer qu'il faudrait que les sujets possèdent une quelconque propriété en plus de leur seule unité quantitative pour constituer une quantité discrète qui "fasse nombre" ; ce qui n'est pas le cas comme le montre d'abord l'argument général selon lequel l'unité quantitative n'est que l'un transcendantal dans le genre de la quantité, et n'ajoute donc rien à la quantité continue en tant qu'indivise ; cela se montre également de l'argument utilisé au début du passage cité, et que Suarez développe de diverses manières : supposons que l'on supprime (que l'on fasse abstraction) toutes les propriétés ou déterminations que les choses comptées puissent avoir, mise à part la seule unité quantitative, le nombre reste et reste le même. On peut argumenter aussi de la manière suivante : supposons qu'il n'y ait qu'une seule chose dans le monde et que vienne à être créée une autre chose de sorte que le "binaire" surgisse de leur collection ; il est clair pourtant que, dans ce surgissement du "binaire", l'apparition de la deuxième chose n'ajoute absolument rien à la première. Si elle ajoutait quelque chose (comme la similitude de couleur ou de dureté, ou toute autre chose du même genre), cela n'aurait rien à voir avec le nombre en tant que tel [35]. En d'autres termes, une multitude, pour faire nombre, n'a besoin d'aucune unité de composition que le nombre serait supposé ajouter à chacun des éléments de ladite multitude.

La conclusion de Suarez est que la quantité discrète, et donc le nombre, n'est en

34. cf. *De Interpretatione* 4b 25 : "En ce qui concerne le nombre, il n'y a aucune limite commune où les dites parties soient en contact." Suarez reprend cette formule pour définir en général la quantité discrète, cf. XLI, sect. 1, §3, p. 153.

35. cf. XLI, sect I, §11, p. 161.

rien un *ens per se*, ce qui revient donc à admettre que "le nombre considéré dans la réalité même, n'est pas une espèce propre et particulière d'être ou d'accident, parce que, dans la réalité, il n'y a pas d'être ou d'accident, mais une collection d'êtres ou d'accidents" (cf. ibid.). Que faire alors de l'arithmétique qui ne peut être science, c'est-à-dire avoir un objet-un dont elle montre les propriétés, qu'en considérant que les nombres ont une certaine unité, une certaine essence ? La réponse peut sembler désinvolte : comme l'arithméticien ne se soucie pas des profondes recherches du métaphysicien concernant l'"essence vraie" du nombre, cela n'est pas trop grave, car il suffit que les nombres soient conçus *per modius unius*, à la manière d'un, ce que l'esprit peut faire, puisqu'il peut "concevoir les choses qui sont en elles-mêmes plusieurs, à manière d'un" [36]. C'est pour une raison semblable que, même s'il rechigne visiblement à ranger la quantité discrète dans le genre de la quantité, le *Doctor Eximius*, se ralliant à la manière commune de parler [37], admet que l'on peut "faire comme si" tel était le cas.

Ces considérations sont bien évidemment d'ordre métaphysique et peuvent sembler ne pas concerner le statut logique des attributions numériques. Ce n'est pas tout à fait le cas, car, même si elles s'appuient sur la définition (si pauvre) du nombre comme pluralité d'unités, elles mettent en évidence la difficulté proprement logique qu'introduit la notion de nombre. C'est en partant de ce qu'une attribution numérique requiert du, ou plutôt des sujets qu'ils soient à la fois divisés et pris hors de toute autre propriété que leur seule unité quantitative, que l'on peut mettre en évidence que, dans cette circonstance, le nombre en tant que "propriété" n'exprime rien de réel, rien qui soit distinct du simple fait de prendre ces sujets collectivement et divisivement. Si la conséquence est bonne, c'est bien parce que, pour qu'une attribution, en général, exprime quelque chose de "réel", il est nécessaire que le sujet présente ce minimum d'unité sans lequel il ne peut être un "ce de quoi" il est dit quelque chose, ou, si l'on veut, dans les termes utilisés précédemment, une entité

36. "...l'esprit peut concevoir les choses qui sont en elles-mêmes plusieurs, à manière d'un et nombrer ou mesurer les multiples en tant que multiples. (...) Et ce mode d'unité suffit pour que du nombre, en tant qu'il est tel, il puisse y avoir la science arithmétique qui assurément ne considère pas dans le nombre son unité formelle, sa qualité ou sa quantité ; car elle laisse cela à la métaphysique. Ni elle ne considère s'il a une essence vraie et réelle, ce qui est encore à la charge de la métaphysique ; mais elle considère certaines proportions entre les nombres mêmes qui selon qu'elles sont dans les choses, ne requièrent pas en elles une unité proprement dite, mais plutôt, distinction et multitude. En revanche, selon qu'elles tombent sous une science, il suffit que chacun des nombres soit conçu à manière d'un et qu'ils soient comparés entre eux." p. 164.

37. en suivant l'intéressant principe (!) : "...dans ces choses, bien qu'il soit souvent nécessaire de partager le sentiment du petit nombre, il convient de parler comme le grand nombre.", p. 162.

pour lequel peut supposer le prédicat.

Or le sujet d'une attribution numérique, par le fait même que c'est un nombre qui est attribué, n'a même pas cette unité d'emprunt qu'est l'unité par accident et que possède, par exemple, un peuple ou une armée ; plus même, il est encore moins un que les moins uns de ces *entia per accidens*, que sont les simples agrégats : "... dans l'*ens uno per accidens*, il y a de la variété et en elle du plus et du moins. En effet, il y a ce qui est un seulement par agrégation en lequel plusieurs *entia*, parfaits et entiers par eux-mêmes, sont rassemblés sans aucune union ni nul ordre, et cela paraît être au maximum *per accidens*, parce qu'entièrement opposé à l'*ens per* se proprement dit et c'est de cette manière qu'est un tas de grains de blé ou un tas de pierres" [38] . Moins un, en effet, car en attribuant un nombre à un tas de pierre, on ne prend même plus en considération qu'il est formé de pierres et qu'il a une certaine unité de lieu. Bref, à de tels sujets "si désunis et si distants", comme dit Suarez, aucun prédicat véritable ne convient. Le métaphysicien, même s'il traite avec dédain le *dialecticus*, ne fait que prendre acte de l'impossibilité de faire entrer une attribution numérique dans le moule habituel des propositions catégoriques dans lesquelles on doit pouvoir identifier ce de quoi l'on dit quelque chose, exprimé par le prédicat [39].

En revenant au vocabulaire des logiciens, cela revient bien à dire que le terme sujet de l'attribution numérique n'est ni un terme commun, ni un terme singulier, autrement dit ni un terme qui puisse être prédiqué de plusieurs, —puisqu'il n'y aurait aucun sens à prédiquer les sujets pris tous ensemble (*simul sumpti*) de chacun d'eux ; ni un terme qui puisse être prédiqué d'un seul, —puisque ce n'est pas à l'agrégat comme un (de la misérable unité *per accidens*) que convient le nombre d'où il suit que ce n'est pas de lui (ou plutôt d'une désignation pour lui) que peut être prédiqué le sujet de l'attribution numérique (puisqu'un terme singulier est ce qui se prédique d'un seul).

2.3 L'indétermination numérique du concept

Toute la difficulté réside donc dans le fait que la vieille logique ne peut faire leur place à des expressions qui désignent des collections déterminées prises en tant que plusieurs : ni seulement unes, ni seulement multiples, mais multiples circonscrites, si l'on veut, ou peut-être mieux, multiples "bien délimités". Des jongleries verbales de ce genre n'apportent évidemment aucune lumière sur la question ; elles ne font que

38. IV, sec. 3, §14, p. 523.

39. C'est pourquoi, comme nous le signalions plus haut, (cf. p. 6), on ne peut vraiment résoudre le "paradoxe" des douze apôtres en distinguant "tout universel" et "tout intégral" : une quantité discrète ne constitue même pas un tout intégral, comme une maison.

mettre en évidence que le jeu de l'un et du multiple tel qu'il est envisagé dans le cadre de la conception habituelle du concept est distinct de celui auquel on a affaire dans une attribution numérique.

De ce point de vue, on pourrait avoir le sentiment que l'explicitation de la distinction compréhension / extension par les logiciens de Port-Royal, permettait, pour une part, de dépasser les difficultés rencontrées par les médiévaux, en suggérant de faire des extensions de concept les sujets des attributions numériques. L'extension d'un concept n'a-t-elle pas cette double caractéristique de constituer une multiplicité de choses distinctes et cependant de recevoir du concept une certaine unité ? Dans ce cadre, il pourrait même sembler que la "découverte" de Frege ne fait guère plus qu'exploiter cette possibilité.

Il n'en est rien car l'innovation de logiciens de Port-Royal se fait bien évidemment sur le fond de la manière dont la vieille logique conçoit les concepts et n'en affecte donc pas une caractéristique remarquable, étroitement liée à ce que nous venons de rappeler, à savoir qu'ils sont numériquement indéterminés ; autrement dit qu'ils ne déterminent en rien le nombre qui convient à leur extension. Il n'est pas difficile de montrer pourquoi : un terme commun, ou, si l'on veut, un terme conceptuel, comme "homme" ou "âne", ne se prédique de plusieurs que parce qu'il est "indifférent" aux particularités individuelles de Socrate ou de Brunellus et qu'il peut donc être prédiqué de n'importe quel individu présentant une "ressemblance" avec Socrate ou Brunellus. De lui-même, un universel ne détermine pas quantitativement son extension ; dès lors qu'il a été formé, il vaut pour un nombre indéfini d'individus, non seulement au sens où ce nombre n'est pas prévisible, mais plus fondamentalement au sens où il ne dépend en rien du concept lui-même.

La tendance des modernes à assimiler l'extension d'un concept à une "classe", tout comme l'usage, par exemple chez Leibniz ou Euler, de diagrammes pour représenter les concepts, comme si l'on pouvait circonscrire l'ensemble des individus qui entrent dans l'extension du concept, ne doit pas faire illusion. En tant qu'exprimé par un terme commun, un concept s'applique eo ipso à toute chose présentant le trait commun que retient le terme commun en question, et ce "toute chose" reste indéfini ; il doit même le rester si tant est que l'on ait affaire à un véritable universel. Un terme commun n'est pas tant ce qui s'applique à tout ce qui présente un certain trait, mais ce qui peut s'appliquer : comme le dit Kant, le "concept (...) est une représentation de ce qui est commun à plusieurs objets, donc *une représentation en tant qu'elle peut être contenue en différents objets.*" [40].

La liste est longue des auteurs qui, en des termes variés, ont souligné ce point. Voilà ce que St. Thomas déclare à propos de la question de savoir si nous pouvons

40. *Logique*, p. 99 (J. Guillermit trad., Paris, Vrin, 1982). Les italiques sont de Kant.

connaître l'infini : "[L'intellect] connaît l'universel qui est abstrait de la matière individuelle, et par conséquent il n'est pas limité à quelque chose d'individuel mais de lui même s'étend à une infinité d'individus." [41]. C'est ainsi, par exemple, que le nom "Dieu", en tant qu'il désigne la nature divine, est de droit communicable, même si en fait il ne l'est pas, car en général, " être dans un ou dans plusieurs est en dehors de la définition (*intellectum*) de la nature de l'espèce" [42].

Six siècles plus tard, J.S. Mill exprimera la même idée, en des termes certes différents : une classe, à savoir l'ensemble des objets ou des choses qui ont tel ou tel attribut, n'est liée à l'attribut en question que de manière accidentelle et Mill ne cesse de rappeler qu'un "nom général" ne dénote ni ne connote une classe : il connote l'attribut au nom duquel on prédique d'une chose ce nom général et a comme dénotation les objets qui ont cet attribut et qui sont, souligne Mill, en nombre indéfini et ne constituent, collectivement qu'une classe indéfinie [43]. Il se peut qu'il n'y en ait qu'un, ou même aucun. Dans une telle perspective, à une classe, et donc a fortiori, à un attribut ne correspond évidemment aucun nombre.

Il est plus intéressant encore de noter que c'est de nouveau au nom d'une telle thèse que Cantor critique le recours que fait Frege, dans les *Fondements*, à la notion d'extension de concept : "L'auteur en vient à l'idée malheureuse (...) de prendre pour fondement du concept de nombre ce que la logique de l'Ecole appelle "l'extension d'un concept" ; il néglige complètement le fait qu'en général l'"extension d'un concept" est quelque chose de complètement indéterminé quantitativement. Ce n'est que dans certains cas que "l'extension d'un concept" est quantitativement déterminée..." [44].

41. *Somme Théologique*, I. q. 86, a. 2 ad 4. p. 129.

42. *S.T.* I. q. 13, a. 9, réponse, p. 137, voir également, *Somme contre les Gentils*, II, 49, p. 208.

43. *System of Logic* (in *Collected Works of J. S. Mill*, University of Toronto Press / Routledge & Kegan Paul, Toronto, Londres, 1974, vol. VII et VIII), I, vii, §1, p. 118. Lorsqu'il discute la théorie selon laquelle une proposition consiste à "référer quelque chose à une classe ou à l'en exclure", Mill cite une distinction faite par A. Bain entre les classes définies et les classes indéfinies. Les premières sont données par énumération de leurs membres, alors que les autres, qui correspondent aux noms généraux, comprennent un nombre indéfini d'individus. Mill remarque que pour la logique, les classes définies sont à peu près sans utilité, *S.L.*, I. v, §3, p. 95n. Plus tard, dans l'*Examen de la Philo. de H.* (in *Collected Works of J. S. Mill*, University of Toronto Press / Routledge & Kegan Paul, Toronto, Londres, vol. IX), Mill note "qu'il est de la nature et de la constitution même d'une notion générale que son extension soit sans limite". p. 83.

44. "Recension des *Fondements de l'Arithmétique* de Frege", in G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen*, E. Zermelo, ed., Berlin, Springer, 1980, p. 440. Ce thème de l'indéfinité numérique de l'extension d'un concept se retrouve encore dans des "traités" de Logique écrits au début du siècle par des auteurs peu familiers des nouveautés, frégéennes ou russelliennes, comme celui de E. Goblot (*Traité de Logique*, Paris, A. Colin,1922) dans lequel on lit (p. 104) : "L'extension d'un concept étant un nombre infini de sujets singuliers, dont la compréhension est infinie, échappe aux prises

On ne s'étonne pas alors que certains qui s'interrogent sur les "actes de l'esprit" ou de la "raison" qui conduisent à la formation du "concept" de nombre (ou des "concepts" de nombre particulier), y voient des actes allant dans des directions tout à fait distinctes de celles qui conduisent au concept au sens habituel. Le concept que l'on peut dire "générique", celui que prend en compte la vieille syllogistique, est une manière d'unifier et d'abolir les différences qui produisent la diversité des individus dans l'expérience. Tout à l'encontre, le nombre ne surgit que de la division (ce que soulignaient du reste les scolastiques, dont Suarez n'est qu'un représentant parmi d'autres sur ce point) et suppose que ce qui est comme confondu dans le concept générique, soit maintenu distinct. La "collection" que forment les individus soumis à un même concept, n'est pas ce qui supporte le nombre, parce qu'en elle, on ne prend en compte que ce qui, en tant que commun à plusieurs, permet justement de ne pas les différencier. Au contraire le nombre ne vaut d'une collection que parce que l'on n'y considère seulement ce par quoi elle est constituée d'individus pris comme des unités non spécifiées, toutes distinctes, n'ayant entre elles aucun "point commun", sinon ce simple fait d'être rassemblées. Le rassemblement est ici le fait seulement d'un acte de l'esprit qui en décide ainsi et qui ne semble pas avoir grand chose en commun avec la "synthèse" qu'effectue le concept "générique" qui vise au contraire à ressaisir ce par quoi les individus font une espèce. Les choses ne sont cependant pas si simples ; entrons plus avant dans ce point capital.

Brunschvicg soulignait, dans les *Etapes*[45], l'irréductibilité du nombre au concept, en notant les deux directions contraires qui président à la formation de chacun d'eux : "Si le concept générique est considéré comme le concept proprement dit, le nombre (...) aura un rôle inverse et complémentaire de celui du concept. Mis en présence d'objets fondus dans l'unité d'un genre, nous ne retenons qu'une seule image conceptuelle. Or, le nombre est l'instrument qui, en dépit de cette identité (...) sera capable de faire obstacle à la fusion mentale." Cela signifie-t-il, toutefois, que l'on peut penser ces deux directions comme se rapportant à un même terme, point d'arrivée de la synthèse qu'effectue le concept, et point de départ de la division qu'opère le nombrement ? Autrement dit, s'inquiéter du nombre d'une collection suppose-t-il que cette collection ait été obtenue sur le fond d'une unification conceptuelle ? La remarque de Brunschvicg le laisse entendre mais les développements qui l'accompagnent sont trop allusifs et trop métaphoriques pour apporter une clarté suffisante sur ce point.

de l'intelligence. On ne pourrait la connaître que par énumération ; or l'énumération de ces sujets singuliers est impossible parce qu'ils sont *sans nombre.*" (italiques de F.S.)

45. *Les Etapes de la Philosophie Mathématique* (Paris, Blanchard, 1981, nouveau tirage) p. 479.

Cette question fut au cœur des débats portant sur les rapports du nombre au concept à la fin du XIXème siècle. Les termes de ce débat peuvent être donnés en partant d'une remarque de Spinoza, exploitée au cours de ces discussions, dans la lettre 50 à J. Jelles : "Celui qui, par exemple, a en main un sesterce et un impérial ne pensera pas au nombre deux s'il n'est pas en mesure d'appeler ce sesterce et cet impérial d'un seul et même nom, pièce d'argent ou peut-être pièce de monnaie : alors seulement, il peut affirmer qu'il a deux pièces d'argent ou deux pièces de monnaie." [46]. Pour dénombrer les choses il importe préalablement de les rendre homogènes, comme disait Leibniz, et cela, seul un concept sous lequel elles tombent toutes, peut le faire, de sorte qu'alors elles deviennent "égales" d'un certain point de vue. Cependant, on voit bien que par là on néglige que l'on ne peut dénombrer que ce qui reste distinct tout en formant une collection. Dans cette deuxième perspective, l'important n'est pas l'homogénéité des unités mais leur différence, ce qui conduisit St. Jevons à la définition du nombre comme "forme pure de la différence". Ce débat apparaît rétrospectivement largement insoluble, précisément parce qu'il est mené sur le fond de la conception traditionnelle du concept (et, en particulier, de l'opposition entre extension et compréhension).

2.4 La *Philosophie de l'arithmétique*, un effort désespéré

Pour mieux mettre en lumière ces difficultés, il n'est pas sans intérêt de revenir sur le point d'aboutissement historique de ces débats, tout à la fin du siècle, dans la *Philosophie de l'Arithmétique* du jeune Husserl. Même si Husserl fut conduit par la suite à se détourner de la démarche trop psychologisante de cette étude, elle témoigne d'un effort remarquable pour essayer de penser dans les termes de la théorie abstractivante habituelle du concept, la formation du concept de nombre et des concepts de nombre particulier. Cela nous permettra, par contraste, de mieux mettre en lumière l'originalité des conceptions fregéennes.

Rappelons sommairement quelle est, d'après Husserl, la genèse psychologique du concept d'un nombre déterminé [47].

46. Frege cite ce texte dans les *Fdts.*, §49, d'après la mention qu'en fait Baumann dans son ouvrage *La théorie de l'espace, du temps et des mathématiques dans la philosophie moderne* ; Couturat le cite également, p. 522 de *De l'infini mathématique* (Paris, Blanchard, 1973, nouveau tirage).

47. Dans ce qui suit, nous ne nous intéresserons qu'aux difficultés que présente la formation de ce que Husserl appelle les concepts de nombre "propres", et nous négligerons celles qui conduisent à introduire des nombres "symboliques". Un des reproches les plus fréquemment adressés à la *Philosophie de l'Arithmétique* est que la formation des concepts de nombre "propres" ne permet guère de comprendre ce que fait l'arithméticien, puisque ces concepts ne concernent que les petits nombres (jusqu'à 10 ou 12, la limite est floue) et que les opérations d'"addition", ou de "liaison",

Le point de départ de l'abstraction, ce sont des "touts" (collectifs) qui ont en commun que leurs constituants ne sont considérés que comme liés par leur relation à l'acte psychique qui les "tient ensemble" et que l'on n'en considère que le fait d'être des "quelque-choses" (*Etwas*) , sans prendre en compte leurs caractéristiques particulières[48]. On obtient ainsi le concept de "pluralité" en général, ce que l'on peut formuler comme suit : on ne prend en compte, dans un tout, que le fait qu'il s'agisse d'objets (de "quelque-choses") sans relation entre eux, mais cependant "mis ensemble" par l'acte psychique qui les embrasse. Soit, par exemple, ma pipe, la Lune, la bataille de Waterloo, le syllogisme en Camestres : négligeons ce qui fait la particularité de chacun de ces "objets", n'en considérons que le fait qu'ils sont des "quelque-choses", mais des "quelque-choses" dont nous avons simultanément conscience ; autrement dit ces quelque-choses, même s'ils n'entretiennent entre eux aucune relation effective que nous pourrions remarquer, sont pourtant liés par le simple fait que nous nous les représentons simultanément dans un acte psychique unitaire. On appellera cette ombre de relation "liaison collective". Ce tout : <ma pipe, la Lune, la bataille de Waterloo, le syllogisme en Camestres> tombe maintenant sous le concept "pluralité" (*Vielheit*[49]), ou, si l'on veut, on peut dire : "<ma pipe, la Lune, la bataille de Waterloo, le syllogisme en Camestres> est une pluralité". Ce dernier concept vaut de n'importe quel tout particulier, par exemple, une maison doit d'abord être considérée comme une simple pluralité avant que l'on ne prenne garde à la nature particulière des parties et des relations qu'elles entretiennent[50].

L'expression adéquate de la pluralité est donc "un quelque-chose et un quelque-chose et un quelque-chose et un quelque-chose, etc." la conjonction "et" marquant la "liaison collective", alors que les "un" symbolisent les constituants en tant que simples "quelque chose". Pour obtenir le concept d'un nombre particulier, il suffit de supprimer le "etc." et de considérer alors, dans les pluralités concrètes, le fait d'être pluralités déterminées de "quelque-choses", liés, comme précédemment, par la

---

et de "partage" que l'on peut faire avec ces nombres ne correspondent que lointainement aux opérations arithmétiques habituelles. Husserl est donc amené à surimposer aux nombres "propres", des nombres "symboliques" (systématiquement formés dans un système de notation "par position") et aux opérations primitives d' "addition" et de "partage", les opérations habituelles sur ces nombres "symboliques". Cette difficulté est propre à toute conception abstractivante des nombres, comme l'est celle de Husserl, dont la proximité à J. S. Mill sur ce point est grande.

48. Nous écrirons "quelque-chose" avec un tiret pour le distinguer de l'usage ordinaire de "quelque chose". Au pluriel, cela donnera "des quelque-choses".

49. La version française de la *Philosophie de l'Arithmétique* (trad. J. English, Paris, P.U.F. 1972) traduit, sans un mot de justification, "*Vielheit*" par "quantité", ce qui est fort étrange et rend malheureusement le texte moins clair qu'il ne l'est. Nous citons d'après cette traduction en utilisant la pagination de l'édition allemande indiquée en marge du texte.

50. cf. *Ph. de l'A.*, p. 81.

relation de "liaison collective" [51]. Le concept de nombre en général, s'obtient alors par le fait de considérer ce qu'il y a d'"analogue" dans tous les concepts de nombre déterminé [52]. Dans cette perspective, un nombre particulier se comporte relativement à une pluralité concrète comme une espèce relativement à un de ses sujets, tout comme le nombre en général (mais aussi, sans doute, la pluralité en général) se comporte relativement aux nombres particuliers comme un genre relativement à ses espèces.

Dans cette genèse, on peut donc distinguer deux moments. Le premier conduit, à partir des pluralités concrètes à la formation du concept de "pluralité", au travers des deux sous-moments que sont la subsomption des unités entrant dans une pluralité sous le concept de quelque-chose et la mise en évidence, par réflexion, de cette forme particulière de relation qu'est la "liaison collective" des unités-quelque-choses. Le deuxième conduit, par détermination du concept de pluralité en général aux concepts des nombres particuliers puis au concept de nombre en général. Nous ne considérerons que le premier moment en lequel se logent les difficultés les plus caractéristiques, liées au concept de quelque-chose.

Un tout, comme on l'a vu, n'est une pluralité que parce que nous ne considérons dans ses parties que le simple fait d'être des "quelque-choses". Nous devons donc d'abord faire abstraction de toutes leurs particularités et les "ranger", comme dit Husserl, sous le concept générique le plus général, sans nous arrêter à des concepts plus bas (par exemple celui de "substance corporelle", comme le faisaient les scolastiques). La raison fondamentale, aux yeux de Husserl, pour laquelle nous ne pouvons ranger les parties dernières du tout sous un concept inférieur à celui de "quelque chose", est que les touts nombrables, plus exactement les touts en tant que point de départ d'un processus d'abstraction conduisant à un concept de nombre déterminé, peuvent être constitués de parties (unités) parfaitement hétérogènes, comme dans l'exemple ci-dessus.

C'est pourquoi Husserl refuse l'idée, qu'il trouve chez Herbart et chez Frege [53],

51. cf. id. p. 87.

52. cf. id. p. 88. Husserl souligne toutefois que le concept général de nombre, n'est pas "détachable" de chaque concept de nombre déterminé, au sens ou le "rouge" se détache de la chose rouge. Le rapport est plutôt celui de "couleur" à "rouge", cf. p. 88-89. Le concept de nombre en général et celui de pluralité (indéterminée) sont fort proches, quant à leur contenu, mais Husserl admet que l'on peut obtenir le second à partir de n'importe quelle pluralité concrète, alors que le premier présuppose la formation des concepts de nombre particuliers. Il en ressort que le concept de pluralité, bien que plus général que les concepts de nombre particuliers, est en fait plus primitif.

53. La *Ph. de l'A.* mentionne de nombreux auteurs et est largement consacrée à les discuter. Frege, si notre compte est bon, est l'auteur le plus souvent et le plus longuement cité et discuté par Husserl

que l'on n'attribue un nombre qu'à des collections d'objets présentant des propriétés communes, c'est à dire tombant sous des concepts inférieurs au concept "quelque-chose". Certes, le nombrement se fait parfois en prenant en considération ce que les objets de telle ou telle collection peuvent avoir en commun, ou, si l'on veut, en passant par leur concept, mais cela n'est qu'un accident psychologique qui n'a pas à voir avec ce qui constitue le véritable sujet de l'attribution numérique. L'"attention", dans l'opération de nombrement, ne porte que sur les *Etwas* en tant qu'il sont rassemblés par la relation de "liaison collective", et c'est donc la pluralité ou l'ensemble des quelque-choses qui se voit attribuer un nombre, non le concept sous lequel, éventuellement, ces quelque-choses tombent [54]. Une autre remarque conduit à la même conclusion [55] : d'un ensemble de pommes nous abstrayons tel nombre, que nous pouvons abstraire également d'un ensemble de billes ; lorsque nous prenons ces ensembles pour point de départ du processus d'abstraction qui conduit au nombre, ce ne sont donc pas les pommes ou les billes en tant que pommes ou billes qui nous intéressent, mais les pommes ou les billes en tant que simples "quelque-choses". En retour, le nombre n'est pas attribué à l'ensemble des pommes en tant que pommes, mais à l'ensemble des quelque-choses qui se trouvent être des pommes.

On voit cependant que la position de Husserl est ambiguë : certes, il n'est pas nécessaire que les unités, ou objets, entrant dans une pluralité soient "rangées" sous un même concept pour pouvoir être dénombrées, mais cela ne concerne que des concepts ayant un degré de généralité moindre que celui de "quelque-chose". Husserl ne récuse donc pas, en son fond, l'idée exprimée par Spinoza dans la lettre citée un peu plus haut, seulement il considère qu'il n'y a qu'un concept qui fasse l'affaire, si l'on peut ainsi s'exprimer, à savoir le concept de quelque-chose.

Ce concept fonctionne d'une manière très particulière. Plus que d'exprimer une propriété possédée par les objets entrant dans une pluralité, il s'agit plutôt de marquer que ces objets sont dépouillés de toutes leurs déterminations, autrement dit ne sont plus considérés comme tombant sous un concept (au sens ordinaire) quelconque. Ce que révèle le fait que les objets entrant dans une pluralité puissent être parfaitement hétérogènes, est que ce qui fait d'un tout une pluralité tient essen-

---

(qui en reproduit plusieurs passages *in extenso*). On sait que bien plus tard, en 1936, alors qu'il avait 77 ans, Husserl dira à Scholz, à propos de sa correspondance avec Frege : "Je n'ai pas connu personnellement Frege et je ne me souviens plus de la raison de cette correspondance. Il passait pour un esprit subtil, mais un original improductif tant en mathématiques qu'en philosophie." (extrait d'une carte postale à Scholz du 19 février 1936, cité par les éditeurs de la correspondance de Frege (G. Frege, *Briefwechsel*, Hambourg, F. Meiner, 1976) p. 92. Cette critique témoigne que Husserl n'avait pas compris le sens de la thèse fregéenne, ce que l'on verra par la suite.

54. cf. *Ph. de l'A.* p. 185-186.

55. cf. id. p. 159-160.

tiellement au fait que les contenus partiels sont "pris ensemble", sans que cela ait un quelconque support dans ces contenus ainsi réunis. Dans un autre vocabulaire, ce qui "fait nombre" dans un tout quelconque, résulte du seul fait de la réunion d'unités distinctes dont les particularités sont indifférentes. Dans la perspective husserlienne, c'est la "liaison collective" qui est la *ratio essendi* de la pluralité, les "unités" ainsi liées n'apparaissant plus que comme des spectres ou fantômes dont toute la consistance est d'être les termes anonymes de cette relation [56]. En ce sens, le (pseudo) concept de "quelque-chose" n'est introduit que pour signifier l'indétermination conceptuelle des contenus partiels d'une pluralité. En "rangeant" les contenus partiels sous un tel (pseudo) concept, loin de leur attribuer une propriété quelconque, on leur enlève toutes leurs propriétés en ne les laissant subsister qu'à titre de termes indifférenciés de la relation de liaison collective.

A prendre les choses en toute rigueur, on voit donc que ce n'est qu'en jouant sur les mots, que l'on peut encore dire qu'il s'agit d'un concept, et même du concept le plus "élevé". Du reste, Husserl lui-même souligne que ce n'est pas le concept d'un "contenu partiel", que l'on peut abstraire des singuliers au terme d'une comparaison qui ferait ressortir ce contenu partiel (ou "marque distinctive interne") comme commun à plusieurs [57]. Il s'agit d'un concept obtenu par réflexion et qui ne fait que marquer le fait que tout "objet" est un contenu de représentation, autrement dit qu'il n'y a d'objet que "représenté dans notre conscience" (ibid). Etre quelque-chose ne tient qu'au fait d'être représenté et cela ne concerne donc pas le contenu de la représentation , ce n'en est qu'une marque "externe" et relative (au fait d'être représenté, justement) [58].

En fait, l'introduction d'un si étrange "concept" doit permettre de comprendre que dans une pluralité concrète, les objets n'ont rien en commun, ne sont unifiés par aucun concept et sont laissés dans leur pure diversité. En regard de cela, la réunion qu'effectue la "liaison collective" ne relève que d'un acte de l'esprit qui n'a aucun fondement dans les objets rassemblés. En insistant à juste titre sur le fait que les "touts" nombrables peuvent être composés d'objets complètement hétérogènes, Husserl ne peut pas recourir à ce qui pour Mill constitue la base empirique du nombre, à savoir des agrégats physiques dont le tas de cailloux est l'exemple typique et dans lesquels une relation "primaire" est déjà donnée (par exemple, la contiguïté spatiale).

56. cf. id. p. 83.
57. cf. id. p. 86 et 158
58. Husserl appelle les concepts de quelque-chose, de un, de pluralité et de nombre, des concepts formels ou "catégories", cf. id. p. 91. Les scolastiques, comme on sait, excluaient les deux premiers de la hiérarchie porphyrienne et les appelaient des "transcendantaux", ce qui avait au moins le mérite de ne pas entretenir l'ambiguïté qui est au cœur de la *Philosophie de l'Arithmétique*.

Pourquoi alors traiter "quelque-chose" comme un concept qui logiquement subsume des objets, au même titre que le concept de pomme ou celui de cheval ?

La réponse immédiate, implicite déjà dans la remarque de Spinoza, est que l'on ne peut faire d'une pluralité concrète le support de l'abstraction qui conduit au nombre, ou, en retour, on ne peut lui attribuer un nombre, si l'on ne considère que les objets qui entrent dans cette pluralité, présentent au moins un point commun par lequel ils peuvent être admis comme égaux [59]. Une des raisons qui conduisent à faire d'un concept au sens ordinaire, ("pièce de monnaie", par exemple) le passage obligé pour arriver à une détermination numérique, est que lorsque l'on attribue un nombre, on doit admettre que les objets que l'on compte sont égaux entre eux et comptent chacun "pour un" ; or les objets dénombrés sont tous différents les uns des autres si on les prend avec leurs particularités. Il faut donc ne les considérer qu'en ce qu'ils ont de commun et en quoi ils sont égaux, à savoir précisément en ce qu'ils tombent sous un même concept. Cette égalité des objets dénombrés permet alors de les traiter comme des unités égales entre elles, et donc de reconnaître dans l'ensemble qu'ils forment, une "pluralité d'unités", autrement dit, un nombre, selon la vieille définition pythagoricienne.

Même si Husserl, au nom du disparate des objets entrant dans une pluralité concrète, n'admet pas que le concept sous lequel il faut subsumer les objets à dénombrer, doive être un concept générique ordinaire, comme celui de poire ou de cheval, il n'en maintient pas moins "que les choses à dénombrer doivent être amenées sous un concept de genre" (i.e. sous le concept de quelque-chose), et cela au nom du fait que, s'agissant de la formation du concept de nombre, "l'égalité des unités est un fait qu'il est impossible de nier" [60]. Il suffit alors d'admettre que "être quelque-chose" et "être un" sont deux concepts réciproquables [61], pour qu'il revienne

59. Comme le fait remarquer Couturat, on trouve une idée semblable à celle de Spinoza dans la *Métaphysique* d'Aristote, au livre ?, 1088 a 5 : "... l'un n'a d'autre caractère que d'être mesure de quelque multiplicité, et le Nombre, d'être une multiplicité mesurée et une multiplicité de mesures. (...) La mesure doit toujours être un attribut commun à toutes les choses à mesurer : si, par exemple, le cheval est l'unité de mesure, les êtres mesurés sont des chevaux (...). Si l'on a à mesurer homme, cheval et dieu, la mesure sera probablement vivant, et le nombre formé par ces êtres sera un nombre de vivants."

60. cf. *Ph. de l'A.* p. 159 et 157, respectivement.

61. La seule différence entre ces deux concepts, est que le concept de "un" est relatif à la pluralité : "être un" c'est "être quelque-chose" en tant que partie d'une pluralité, cf. p. 90-91. Sur ce point, Couturat, lecteur attentif de l'ouvrage de Husserl, s'oppose à ce dernier, en soulignant que "l'idée d'unité ne peut être le résidu d'aucune abstraction opérée sur les données sensibles : car l'unité n'est ni une perception, ni un élément de perception." Il ajoute : "Si donc ce qui doit rester de chaque objet une fois l'abstraction effectuée et achevée, c'est une unité, il faut qu'on lui ait conféré à l'avance cette unité formelle, car elle n'est assurément pas donnée dans sa perception, à la façon

au même de subsumer la Lune ou la bataille de Waterloo sous l'un ou l'autre de ces deux concepts. Si l'on veut comprendre comment on peut attribuer un nombre à une multiplicité concrète, par exemple à <ma pipe, la Lune, la bataille de Waterloo, le syllogisme en Camestres>, il faut faire abstraction de ce qui distingue la bataille de Waterloo, la Lune, etc. et ne considérer que ce en quoi ces objets sont, si l'on peut dire, homogènes l'un à l'autre. Il faut donc les ranger sous un même concept —celui de quelque-chose— relativement auquel ils ne se distinguent plus en tant qu'identiquement subsumés par lui.

On arrive alors à une situation étrange. D'une part, on peut reconnaître à Husserl le mérite d'avoir reconnu que, d'une certaine manière, nombre et concept, au sens ordinaire n'ont rien à voir : les objet dénombrés sont pris hors de toute détermination conceptuelle et les touts que forment les pluralités ne sont tels que par la grâce d'un acte psychique qui les maintient ensemble et qui n'est pas du même ordre que celui par lequel un concept forme un "tout" (que les médiévaux appelaient "tout universel"). Ce qui revient bien à remarquer que l'indétermination numérique d'un concept, que nous évoquions plus haut, ne permet pas de constituer une collection en tant que support d'un nombre, et que, quoiqu'il en soit, ce qui fait nombre dans une collection ne dépend en rien de la "nature" des objets collationnés [62]. On pourrait exprimer cette double remarque en disant qu'au contraire des concepts ordinaires qui ne peuvent se former que sur la base d'objets et dont le fonctionnement logique est précisément de valoir, ultimement, des objets dont ils expriment une propriété, une pluralité se forme dans l'indifférence à l'égard des objets qui entrent en elle.

Cependant, à en rester là, il semble vain de chercher à décrire la formation du concept de nombre dans les termes qui servent à décrire celle d'un concept ordinaire, à savoir en terme d'abstraction. Que peut-il y avoir de commun entre la pluralité concrète <ma pipe, la Lune, la bataille de Waterloo, le syllogisme en Camestres>

---

d'une qualité sensible, telle le rouge ou le chaud." *De l'Infini Mathématique*, p. 340, voir également p. 515.

62. Il est vrai qu'on peut avoir le sentiment qu'à l'extension que détermine un concept, devrait pouvoir correspondre un nombre, si l'on prend en un sens quantitatif strict, la vieille "loi" selon laquelle plus la compréhension d'un concept est grande et plus son extension est réduite ; cela semble signifier que le concept, en compréhension, détermine le nombre des objets qui tombent sous lui. C'est ainsi que Couturat cherche à associer nombre et concept : "...le dénombrement suppose l'élaboration, au moins implicite, d'un concept ; inversement, l'élaboration d'un concept détermine, au moins virtuellement, un nombre. [...] ...le nombre des objets qui dans la nature, à un moment donné, possèdent le même caractère générique est déterminé [...], à tout concept général et abstrait correspond un nombre qui mesure en quelque sorte son extension... On sait que l'extension d'un concept est généralement en raison inverse de sa compréhension ; il s'ensuit que..." op. cit. p. 512. Le recours au "virtuel", au "à un moment donné" et au "généralement" témoigne de la fragilité de cette position.

et cette autre pluralité <la chute de l'Empire Romain, l'amour de Julien pour Mme de Rénal, la Légende des Siècles, l'équateur> ? Si l'on admet, comme Husserl, que quatre est le concept sous lequel tombent ces deux pluralités, il faut donc d'abord les faire apparaître sous une forme qui manifeste que les objets qui les composent ne sont pris que comme ayant la propriété commune d'être des uns, ce qui permet tout à la fois de voir ces pluralités comme des liaisons collectives d'unités indifférenciées et de saisir qu'ainsi elles sont des exemplaires du même concept de nombre déterminé (<un et un et un et un>) auquel nous pouvons donner (ou nous avons déjà donné) le nom "quatre". L'embarras est évidemment que, même si, dans la perspective husserlienne, ce sont les touts qui sont à l'origine des concepts de nombre et qui ont une propriété commune, —celle d'être des liaisons collectives— cette dernière relation, malgré qu'elle soit "relâchée et extérieure"[63], ne peut être saisie que si l'on range simultanément les objets entrant dans les touts sous le concept du "quelque-chose un". Il faut donc admettre que, dans l'acte qui conduit à extraire d'un tout concret son caractère de pluralité (de liaison collective), le moment consistant à faire abstraction de toutes les propriétés des objets, pour ne garder que celle d'être des uns, en est une condition nécessaire.

Cela ne revient-il pas, alors, à considérer que c'est dans une propriété commune des objets entrant dans la pluralité concrète que se trouve, pour une part au moins, le fondement des concepts de nombre ? Que cette propriété soit la plus vide et la plus insipide qui soit importe peu ici : il s'agit bien d'admettre qu'il y a dans les objets un trait par lequel ils se font nombrables, et sur lequel le processus abstractivant conduisant aux concepts de nombre peut prendre appui. Il est du reste significatif que Husserl, après avoir cité la remarque de Frege, selon laquelle on peut voir dans une troupe, quatre compagnies ou cinq cents hommes[64], en vienne à admettre que même si les objets ne sont pas les "supports" des nombres, "le nombre doit sa formation à un certain processus psychique qui s'attache aux objets dénombrés et est en ce sens "supporté" par eux"[65]. Il ressort de cette réponse à Frege, que les objets qui composent ultimement les pluralités concrètes sont déterminés univoquement, même si l'on peut, selon "l'orientation de l'intérêt", former des sous ensembles et les dénombrer pour eux-mêmes. Autrement dit, les hommes (en tant qu'unités) qui constituent

63. cf. *Ph. de l'A.* p. 15.

64. Frege prenait argument de cela pour récuser que l'on attribue un nombre à un agrégat (ou plus généralement de quelque chose du "monde extérieur"), puisque, selon le point de vue adopté, plusieurs nombres peuvent lui être attribués avec autant de vérité (cf. §22) ; Au §46 il reprend cette remarque et en tire argument pour sa propre thèse qu'une attribution numérique porte sur un concept ; Husserl cite ce dernier paragraphe.

65. cf. *Ph. de l'A.*, p. 203.

la troupe sont bien "objectivement" (?) les parties "naturelles" de cette pluralité [66] ; les compagnies et autres sections sont des formations secondaires, possibles certes, mais qui présupposent la donnée du tout des hommes-unités.

On a souvent soutenu qu'il y a dans l'attribution d'un nombre à une collection, cette sorte de contradiction que nous relevions plus haut : comme le dit Couturat [67], "pour dénombrer des objets donnés, il faut les considérer à la fois comme identiques et comme différents. "Comme identiques", ajoute-t-il, "en tant qu'unités équivalentes, pour qu'ils puissent former un nombre par leur réunion ; et comme différents, car autrement, comment pourrait-on les distinguer les uns des autres et dire qu'ils sont plusieurs ?" On se souvient évidemment des critiques dévastatrices que Frege avait émises contre le recours au mot "unité" pour tenter de masquer cette difficulté [68].

66. On voit mieux par là, la grande proximité de Husserl à Mill : pour ce dernier, même s'il ne prend pas la peine de le souligner expressément, les agrégats que nous rencontrons dans l'expérience sont constitués d'éléments bien déterminés et quand on attribue un nombre à un tas, par exemple, on n'a pas d'hésitation sur le fait que ce sont les cailloux ou les petits pois qu'il s'agit de compter. Malgré un subjectivisme ravageur, compensé il est vrai par un empirisme latent, Husserl semble bien admettre la même chose. Rappelons du reste qu'à la fin de la première partie de la *Ph. de l'A.*, Husserl se range au parti de Mill contre Frege (cf. p. 189).

67. *De l'Infini Mathématique*, p. 518.

68. *Fdts.*, §39 La difficulté est présentée ainsi : "Si nous voulons engendrer le nombre par la réunion d'objets différents, nous obtenons un amoncellement d'objets (...) et ce n'est pas cela le nombre. Si d'autre part nous voulons construire le nombre par la réunion de l'identique, les identiques viennent immanquablement se fondre ensemble et nous ne parvenons pas à la pluralité." Husserl croît pouvoir répondre à cette difficulté en distinguant, entre autre, entre le fait de comparer entre eux les objets, d'en saisir l'égalité et de les ranger en conséquence sous un concept de genre (cheval, poire, etc.), et le fait d'amener les objets "continuellement sous le même concept, celui de quelque-chose" (p. 176) ; seule cette dernière opération interviendrait dans la formation du nombre. Il semble vouloir dire que dans la représentation d'un nombre n'intervient pas la représentation de l'égalité des unités car, dit-il : "L'abstraction que nous devons entreprendre sur les membres d'une multiplicité pour parvenir au nombre produit *eo ipso* comme conséquence l'égalité des unités." (id) Autrement dit les unités sont bien égales mais nous n'avons pas à nous représenter cette égalité. Un peu plus haut dans son ouvrage (p. 97), Husserl s'était déjà objecté à lui-même que si l'on fait effectivement totalement abstraction de toutes les caractéristiques des objets d'une pluralité, alors "avec les contenus singuliers, la liaison collective disparaît elle aussi, au lieu de rester en tant qu'extrait conceptuel". Il pensait pouvoir apporter facilement une solution à cette difficulté : "Ne pas tenir compte de quelque chose ou en faire abstraction, cela veut dire simplement : ne pas remarquer particulièrement cela. Quand nous nous soumettons à l'exigence de faire totalement abstraction des particularités des contenus, cela n'a donc absolument pas pour effet que les contenus et avec eux leur liaison disparaissent de notre conscience. L'appréhension des contenus et leur mise en collection sont naturellement des conditions préalables de l'abstraction. Mais dans celle-ci l'intérêt qui détache ne porte pas sur les contenus, il porte exclusivement sur la pensée de leur jonction — c'est là tout ce qui est visé." Magie psychologique, que Frege n'a pas manqué d'épingler (cf. "Cpt. rendu de H.", in *Kleine Schriften* (*K.S.*, I. Angelelli, ed. Hildesheim, G. Olms ; 1967) p. 180-181, 188).

Que, du seul point de vue logique, la théorie de Husserl tombe sous le coup de cette difficulté, est bien évident et les "solutions" psychologiques qu'elle tente d'apporter apparaissent largement comme des subterfuges *ad hoc*.

L'intérêt toutefois de cette théorie est de mettre pleinement en lumière la source de la difficulté : si Husserl avait été complètement fidèle à son point de départ, il aurait dû remarquer que le sujet d'une attribution numérique présentait des caractéristiques telles qu'il était impossible de comprendre les attributs numériques comme des concepts "abstraits" au sens habituel. Cela conduisait inévitablement à chercher dans les objets une propriété qui les rendisse aptes à être nombrés alors même que, dès le départ, il était admis que les objets, liés collectivement, étaient pris dans la plus parfaite indifférence à leurs propriétés. Certes, la base du processus d'abstraction n'est pas à chercher dans les objets eux-mêmes mais dans les pluralités en tant que liaisons collectives, et on voit bien qu'il s'agit là de trouver un type d'entité dans lequel la considération de la nature des objets n'ait plus à intervenir. Toutefois, comme on vient de le voir, cela n'est qu'une illusion : il faut, pour mettre en évidence cette relation fantomatique, mettre simultanément en évidence que les objets sont des quelque-choses/uns. Le (pseudo) concept de quelque-chose est donc destiné à jouer double jeu : d'une part, on cherche par là à comprendre que les objets à dénombrer peuvent avoir n'importe quelle propriété et que ce n'est donc pas en tant qu'ils ont telle ou telle propriété qu'ils "font nombre" ; d'autre part, il permet de penser la propriété commune à tous les objets par quoi ils peuvent se convertir en unités dans le nombre.

On voit bien ce qui donne quelque vraisemblance à ce tour de passe-passe : que les objets à dénombrer puissent avoir des propriétés aussi disparates que l'on veut, peut tout aussi bien s'interpréter comme le fait qu'ils sont pris sans égard à un quelconque concept sous lequel ils pourraient tomber, pré-conceptuellement, si l'on veut, et avec toutes leurs déterminations concrètes, ou bien au contraire comme le fait qu'il faut faire abstraction de toutes leurs propriétés et ne retenir d'eux que cette seule (pseudo) propriété qu'ils partagent tous, d'être des quelque-chose/uns. La première interprétation est sans doute plus fidèle à ce qui constitue le point de départ de la démarche de Husserl, mais il est conduit à privilégier la deuxième en raison de son attachement à la conception abstractivante du concept et à son désir de montrer que les nombres se comportent comme des concepts au sens habituel sous lesquels se rangent des pluralités concrètes, elles-mêmes formées d'objets-uns. On en arrive alors à cette curieuse conséquence que lorsque l'on dit que les apôtres sont douze, on ne peut certes pas en tirer que Jean ou Mathieu est douze, mais on pourrait tout de même en tirer, indirectement, que chacun d'eux est "un/quelque-chose" ! Ce n'est certes pas une révélation bouleversante, mais voilà, en partie au moins, restaurée cette descente aux inférieurs que les médiévaux estimaient impossible ; cependant, le prix à payer est trop élevé.

Au fond la tentative husserlienne peut être caractérisée assez simplement en disant qu'il s'agit d'essayer de donner une certaine consistance à ce qui pour Suarez n'en a aucune, à savoir à une multitude d'unités quantitatives. Ce qui revient à faire du sujet d'une attribution numérique quelque chose qui se rapproche d'un *ens per se*. Pour ce faire il faut bien pouvoir en revenir, si indirectement que ce soit, aux objets et cela ne témoigne que d'une chose, à savoir qu'il n'y a de véritable concept que là où un retour à l'objet est possible et réciproquement qu'un "objet" ne peut être pensé que comme "support" d'un concept. En d'autres termes, un concept n'est qu'une manière de concevoir un ou des objets ; un objet n'est tel qu'en tant qu'il peut se ranger sous un concept. Nous retrouvons là, sous une autre forme, la continuité déjà soulignée entre terme commun et terme singulier : la différence entre "être prédiqué de plusieurs" et "être prédiqué d'un seul" n'est que de degré ; un terme est toujours défini comme "ce qui peut être prédiqué". Mais il y a plus : l'abstraction qui conduit au concept de quelque-chose/un ne peut évidemment, par elle-même, conduire au nombre, puisque, comme tout concept, ce concept est numériquement parfaitement indéterminé. Il faut donc introduire un "acte de l'esprit" qui réunisse, en les liant collectivement, les quelque-choses/uns et fasse apparaître des multiplicités déterminées numériquement. La "liaison collective" est donc comme le succédané de ce qui fait qu'un agrégat physique, par exemple, présente une certaine consistance, en tant par exemple qu'il y a une proximité spatiale entre les éléments de l'agrégat. A vouloir "conceptualiser le nombre", la construction husserlienne est donc prise dans une insupportable contradiction : elle doit revenir aux objets, via le quelque-chose/un, mais ne peut par là obtenir ces touts collectifs qui seuls peuvent servir de support au nombre ; elle doit donc introduire un acte de l'esprit qui échappe au concept, tout en présupposant celui de quelque-chose/un. De deux choses l'une : soit l'on admet, comme Suarez le fait, qu'une attribution numérique ne rentre pas vraiment dans le cadre des attributions ordinaires, et n'en a l'allure que par la capacité de l'intellect à faire "comme si", soit l'on estime que nombre et concept ont bien à voir l'un avec l'autre, mais alors on abandonne les deux thèses corrélatives qu'il n'y a de véritable concept qu'enraciné dans les objets et que le concept est numériquement indéterminé, autrement dit on abandonne la théorie classique du concept héritée d'Aristote.

C'est cette deuxième voie qu'emprunte Frege et qui le conduit d'une part à soutenir que le nombre "n'est pas une propriété des choses" et d'autre part qu'un concept est "ce en quoi se trouve un nombre", autrement dit est ce qui permet de dénombrer les objets qui tombent sous lui .

3 Frege et les attributions numériques

3.1 Concept et proposition

Pour en arriver là, il faut à Frege repousser toute une série de thèses classiques concernant aussi bien la "formation" des concepts, les rapports entre concepts et objets, la manière de signifier des composants d'une proposition ou la nature de la proposition :

– un concept n'est pas seulement, ni le plus souvent, le résultat d'un processus d'abstraction, et quand il l'est, ce n'est pas le fait qu'il ait été abstrait qui en détermine le caractère de concept ;
– l'objectivité et la "subsistance" d'un concept ne dépendent en rien de son rapport à un quelconque objet ni du fait qu'il subsume ou non un objet ;
– l' "extension" d'un concept n'est ni un ensemble, ni un tout, ni rien de semblable à un agrégat ;
– un terme commun en position de sujet dans une proposition n'a pas à être "pris pour ses inférieurs" ;
– un "nom commun" ou *nomen appellativum* ne peut nommer, sur le mode de la généralité, un objet (il n'y pas d'"objet indéterminé") ;
– un "nom propre" n'a aucune dimension prédicative (ce n'est pas un terme qui "ne se prédique d'un seul")
– la copule, dans une proposition "singulière", n'exprime pas une relation entre le sujet et le prédicat, ou plus exactement entre les *designata* des deux termes de la proposition, ce qui revient à récuser que la formation d'un "jugement" présuppose celle des termes qui la composent et que la copule se chargerait de lier.

Si l'on veut être fidèle à la démarche fregéenne, il faut partir du dernier point, celui par lequel il a dès le départ marqué son opposition avec la vieille logique, aussi bien sous sa forme aristotélicienne que sous sa forme booléenne. Rappelons comment Frege exprime cette opposition : "Car chez Aristote, comme chez Boole l'activité logique primitive est la formation des concepts par abstraction, le jugement et l'inférence n'intervenant qu'au travers d'une comparaison immédiate ou médiate des concepts sur la base de leur extension" ; et il ajoute deux pages plus loin : "Ainsi, au lieu d'obtenir le jugement en assemblant un individu comme sujet avec un concept déjà tout formé comme prédicat, nous décomposons à l'inverse le contenu jugeable et obtenons ainsi le concept" [69].

On n'insistera jamais assez sur l'importance de ce renversement de la démarche traditionnelle puisque c'est de lui que découle pratiquement la totalité de ce qui fait la théorie fregéenne du concept. Rappelons brièvement ce qui donne sens à ce privilège de la proposition sur ses constituants. Le point de départ, de l'aveu de Frege lui-même [70], est donné par le modèle des noms de nombre qui comportent la mention de "fonctions" arithmétiques, ou par des équations dans lesquelles interviennent également des fonctions arithmétiques. Soit l'expression "$(3+5)^2$" ; il s'agit là du nom propre d'un nombre, à savoir 64 que l'on peut analyser de plusieurs façons distinctes, par exemple, comme constitué de l'expression fonctionnelle $(\xi+5)^2$ et de l'argument "3" [71]. Cette analyse consiste à remarquer que l'on peut remplacer "3" dans l'expression initiale par d'autres noms de nombre tout en conservant $(\xi+5)^2$ constant. On aurait tout aussi bien pu faire apparaître d'autres constituants en maintenant constant $(\xi+5)^\zeta$, tout en remplaçant 3 et 2 par d'autres noms de nombre, etc. Si l'on considère maintenant une équation comme $5+32=14$, on peut procéder à des manipulations semblables et faire apparaître cette fois-ci non pas des fonctions au sens habituel, mais des concepts ou des relations comme $5+\xi^2=14$ ("ce dont le carré ajouté à 5 donne 14" sous lequel tombent les deux nombres 3 et -3), ou bien comme $5+\xi=\zeta$ ("ξ est de 5 inférieur à ζ " relation sous laquelle tombent les paires $<$9,14$>$, $<$12,17$>$, etc.). L'analyse consiste donc à distinguer, dans une expression comme "$(3+5)^2$", une partie que l'on admet constante et une autre qui peut "varier". La première est, en termes fregéens, un expression fonctionnelle et elle se caractérise par le fait de comporter une ou des "places vides" en attente de remplissement ; elle est selon la métaphore bien connue, "insaturée". La seconde partie que l'on distingue est un nom propre d'objet qui se suffit à lui-même, n'est "en attente de rien" mais

69. cf. "Booles rechnenden Logik und die Begriffsschrift", posthume de 1880-1881, in *Nachgelassene Schriften* (N. S., H. Hermes, F. Kambartel, F. Kalbach, eds. Hambourg, F. Meiner, 1969), p. 16 et 18. (trad fr. p. 23-24 et 26). Cette même idée est évidemment déjà présente dans la *Bs.*, mais elle est énoncée de manière plus spécifique, lorsque Frege récuse la pertinence de l'analyse sujet/prédicat (§3) et explique comment on peut analyser une expression en partie constante/partie remplaçable (§9). Par contre, dans la lettre à Marty (ou à Stumpf) du 28 août 1882, donc quelques mois après la rédaction du posthume, Frege répétera presque exactement la même chose.

70. C'est ainsi que Frege présente les choses dans le grand article "Fonction et Concept" de 1891, mais la démarche est plus explicite encore dans le posthume déjà cité "Booles rechnenden Logik und die Begriffschrift", alors que dans la *Bs.* Frege n'en donne que le point d'aboutissement.

71. Conformément à l'usage de Frege dans les *Gg.*, nous utilisons dans ce qui suit les capitales grecques comme des noms quelconques (Δ, Γ, comme des noms propres quelconques et Φ, Ψ comme des noms de fonction quelconques), et les minuscules grecques italiques comme des marques place (ξ, ζ, ν, μ comme marques place pour des noms propres, ϕ, ψ, comme marques place pour des noms de fonction).

peut être mis dans une place vide d'une expression fonctionnelle.

Notons tout d'abord que l'expression "$(3+5)^2$" nomme 64 et fonctionne donc comme un nom propre d'objet. En tant que telle, elle est indifférente aux différentes manières de la "voir" comme constituée des composants "$(\xi+5)^2$" et "3" ou $(\xi+5)^\zeta$ et "3" et "2". Elle constitue ce que Frege appelle un "tout complet" (*ein vollständig Ganz*)[72]. Plus métaphoriquement, on peut dire qu'en tant que nom propre de 64, cette expression "oublie" ces constituants, puisque ce nom reste le même quelle que soit l'analyse que l'on en fournit. Pour être un "tout complet", il faut que les différentes analyses mettent en évidence des composants fondamentalement dissymétriques, l'un étant destiné à être "rempli" par un ou des constituants "fermés sur eux-mêmes" ; ces métaphores visent à faire comprendre que lorsque l'expression en attente d'un remplissement (l'expression fonctionnelle) est saturée par un nom propre, alors le résultat est un "tout" qui devient à son tour "fermé sur lui-même", autrement dit est un nom propre. Les exemples arithmétiques mettent parfaitement en évidence ce que cela veut dire. Transposer à une proposition ordinaire cela revient à souligner que les différences entre les analyses que l'on peut en faire, laissent un invariant, la proposition complète elle-même, dont la signification ne dépend donc pas des analyses en question ; Frege, comme on sait, en viendra à identifier cette signification (*Bedeutung*) invariante des propositions avec le Vrai ou le Faux, qui jouent, eu égard à une proposition, le même rôle que 64 relativement à "$(3+5)^2$"[73].

Il en résulte que l'on ne peut prétendre expliciter ce que "dit" une proposition quelconque, au sens où, dans la perspective classique, on caractérise, en général, une proposition comme affirmant ou niant quelque chose d'un sujet[74]. Précisons ce point. Soit la proposition : "Nelson est vainqueur de Villeneuve à Trafalgar" que la tradition expliciterait en disant : cette proposition dit de Nelson qu'il a la propriété d'être vainqueur de Villeneuve à Trafalgar. Il est aisé de remarquer que l'on pourrait tout aussi bien "voir" cette proposition comme disant de Villeneuve qu'il a la propriété d'être vaincu par Nelson à Trafalgar, ou de Trafalgar que c'est le lieu de la bataille (navale) qui voit Nelson vaincre Villeneuve, ou même encore[75] comme disant de Nelson et de Villeneuve qu'ils entretiennent la relation de vainqueur

72. cf. "F. et C.", in *K. S.* p. 128 (p. 85, trad. Imbert).

73. Nous ne nous préoccupons pas ici des difficultés qui ont été soulevées à propos de la transposition aux propositions du modèle arithmétique et de la thèse que les propositions sont des noms propres de ces objets que sont pour Frege le Vrai et le Faux.

74. cf. par exemple *Logique de Port Royal* : "... il est aisée de voir que [la proposition] doit avoir deux termes : l'un de qui l'on affirme, ou de qui l'on nie, lequel on appelle le sujet ; & l'autre que l'on affirme ou que l'on nie, lequel s'appelle attribut ou Praedicatum." II. iii, p. 113.

75. mais là nous sortons déjà de la tradition.

à vaincu à Trafalgar, etc. La seule chose que l'on peut "dire" [76] de cette proposition est qu'elle est vraie, et cela est indépendant des différentes manières de l'analyser.

On peut aller un peu plus loin pour dissiper l'impression que l'on devrait pouvoir mettre la main sur des propositions dont l'analyse est unique et qui pourraient donc être paraphrasées sur le mode habituel. "Moby Dick est une baleine" ne semble pouvoir être analysé qu'en isolant les deux constituants "ξ est une baleine" et "Moby Dick", ce dernier nom venant à la place de "ξ" dans le terme conceptuel "ξ est une baleine", d'où il ressortirait que cette proposition dit de Moby Dick qu'elle a la propriété d'être une baleine, ou, si l'on veut, qu'elle dit que Moby Dick tombe sous le concept de baleine. Cela n'est pas exact car on peut tout aussi bien la comprendre comme "disant" du concept baleine qu'il subsume Moby Dick [77].

On peut cependant dire, comme ne s'en prive pas Frege, que si "Moby Dick est une baleine" est vrai alors Moby Dick "tombe sous" le concept signifié par "ξ est une baleine" [78]. Cela ne veut cependant pas dire que la proposition (non-affirmée) "exprime" la relation de subsomption entre Moby Dick et le concept nommé par "ξ est une baleine", puisque comme on l'a vu, elle ne signifie qu'une valeur de vérité en tant qu'elle est une valeur de la fonction $—\phi(\xi)$ (relation d'un objet à un concept sous lequel il tombe). Si l'on peut évoquer *in abstracto* une telle relation de "subsomption", il n'en reste pas moins que ce n'est pas elle que la proposition est censée exprimer puisque cette dernière n'en est qu'une valeur particulière en laquelle cette relation "se

76. on sait cependant que cela revient seulement à l'énoncer sérieusement avec "force affirmative", cf. par exemple les posthumes "Logik in der Mathematik", *N. S.*, p. 251-252, ou "Meine grundlegenden logischen Einsichten", *N. S.* p. 272.

77. Si l'on a $\Phi(\Delta)$, on peut "faire varier" soit "Φ" soit "Δ", de sorte que l'on peut considérer soit qu'il s'agit d'une valeur de la fonction $\phi(\Delta)$ soit qu'il s'agit d'une valeur de la fonction $\Phi(\xi)$; cf. *Bs.* §10. Il faut même aller plus loin : "Moby Dick est une baleine" n'est qu'une valeur de la fonction "de niveau inégal", $\phi(\xi)$ (*Gg.* I, §22). Frege revient très souvent sur la possibilité de "lire" de plusieurs façons une proposition, voir par exemple *Bs.* §3 (contre l'analyse S-P), §9 et 10, lettre à Marty (ou à Stumpf), d'août 1882, "Booles rechnenden Logik und die Begriffschrift", p. 17-18, "Einleitung in die Logik" (1906), p. 203, "Kürze Übersicht meiner logischen Lehren" (1906), p. 218, "Über die Grundlagen der Geometrie" (1903), p. 270, n.4, etc. Rappelons que pour Frege, la pertinence logique d'une analyse dépend du contexte inférentiel : si l'on me dit qu'il n'existe pas de baleine et que cet animal n'est qu'une invention des poètes, en affirmant que Moby Dick est une baleine, j'analyse (implicitement) la proposition comme disant du concept baleine qu'il subsume au moins un objet et qu'il n'est donc pas vide ; si l'on me dit que Moby Dick est un requin, en affirmant que Moby Dick est une baleine, je l'analyse (implicitement) comme disant de Moby Dick qu'elle tombe sous le concept de baleine et non pas sous le concept de requin. Lorsque par la suite, Wittgenstein reprochera à l'analyse fonction/argument de n'être qu'une reprise de la vieille analyse S-P (cf. *Remarques Philosophiques*, §93, *Grammaire Philosophique*, I, app. 2), il semble avoir complètement négligé cet important aspect de l'analyse logique, au moins chez Frege.

78. cf. *Gg.* I, §4, "F. et C". in K.S. p. 133 (p. 90 trad. Imbert).

montre" et que l'analyse peut éventuellement dégager. C'est pourquoi la paraphrase en terme de subsomption d'une proposition comme "Moby Dick est une baleine" est : "la valeur de vérité de Moby Dick tombant sous le concept "ξ est baleine" ", nom d'une valeur de vérité, et non pas : "Moby Dick tombe sous le concept "ξ est une baleine" ", qui, elle, est une valeur de la fonction $—\psi(\xi, \zeta)$, avec "Moby Dick" en position de ξ-argument, "le concept "ξ est une baleine"" en position de ζ-argument et "ν tombe sous le concept ϕ" en position de ψ-argument [79].

En réalité, dire qu'un objet tombe sous un concept, n'est qu'une manière maladroite et logiquement fautive d'"élucider" en langage ordinaire ce qu'il en est des positions respectives des constituants d'une proposition [80]. C'est pourquoi, contrairement à toute la tradition remontant à Aristote, Frege ne dit pas qu'une proposition $\Phi(\Delta)$ est vraie si Δ tombe sous $\Phi(\xi)$, mais, à l'inverse, "que Δ tombe sous le concept $\Phi(\xi)$ si $\Phi(\Delta)$ est le Vrai" [81].

79. cf. *Gg.* I §4, n. 1. d'où la vanité de la "montée sémantique", cf. "C. et O.", in *K. S.* p. 177-178 (p. 140-141 trad. Imbert) mais on sait que cela soulève la question du statut de "le concept "ξ est une baleine" ".

80. Un des textes les plus parlants de Frege sur ce point se trouve dans le compte rendu inachevé de l'ouvrage de Schœnflies sur les paradoxes de la théorie des ensembles (1906) : "Dans la phrase "Deux est un nombre premier" nous trouvons désignée une relation : celle de subsomption. Nous pouvons dire également que l'objet tombe sous le concept nombre premier, mais si nous faisons cela, nous ne devons pas oublier l'imprécision de l'expression linguistique que nous venons de mentionner. Cela crée aussi l'impression que la relation de subsomption est un troisième élément qui se surajoute à l'objet et au concept. Ce n'est pas le cas : l'insaturation du concept fait ressortir que l'objet, en saturant le concept, s'imbrique immédiatement en lui, sans faire appel à un quelconque ciment (*Bindemittel*). Objet et concept sont fondamentalement faits l'un pour l'autre et dans la subsomption nous avons leur union fondamentale." (*N.S.*, p. 193) ; Frege soulignait déjà ce point dans la lettre à Marty de 1882.

81. cf. *Gg.* I, §4, *in fine* ; ainsi lorsque, par le suite, nous dirons, sans plus, qu'un objet, disons Δ, tombe sous un concept, disons $\Phi(\xi)$, nous ne voudrons rien dire de plus que : la proposition $\Phi(\Delta)$ est vraie (i.e. $\vdash \Phi(\Delta)$). Nous retrouverons plus loin cette idée capitale qui commande la manière que nous pouvons avoir de "dire quelque chose" d'un "concept" ou d'un "objet". La paraphrase "Δ tombe sous $\Phi(\xi)$" traite "Δ" aussi bien que "$\Phi(\xi)$" d'une manière ambiguë : aussi bien comme nommant un objet et un concept qu'en spécifiant les catégories logiques desquelles relèvent les "entités" (objet ou concept) nommées, ce qui donne sens à l'expression de la relation de subsomption. Si l'on dit que Jules César tombe sous le concept de grand général, c'est bien de J. César que l'on parle et du fait d'être un grand général (sans guillemets) mais en tant seulement que le premier est un objet et l'autre un concept car c'est seulement de ce point de vue que l'un "tombe sous" l'autre. En réalité, J. César peut tomber dans un puits, comme Thalès, ou trébucher et donc tomber, sous un arbre (ce qui aurait sans doute bien plu à Vercingérotix), mais personne ne l'a jamais vu tomber sous un concept ! L'usage des guillemets (la distinction entre usage et mention) ne résout pas cette ambiguïté car il est bien exact que c'est de J. César que l'on parle, mais en tant qu'on le considère, logiquement, comme un objet et non, par exemple, comme un concept ; de la même manière c'est bien d'être un grand général qu'il s'agit, mais en tant, logiquement, que concept, etc. La position de

Lorsque nous analysons une proposition, nous mettons donc en évidence un constituant, l'expression fonctionnelle ("concept" ou "relation") qui n'a d'autre statut que d'être en attente d'un complément, et qui ne peut donc, en toute rigueur, être isolé du contexte propositionnel duquel nous l'extrayons. Un concept n'est jamais donné avant la proposition [82] dans laquelle il apparaît et ne peut donc, à proprement parler, être donné indépendamment de la proposition [83] ; on sait du reste que c'est

---

Frege, qui inspirera Wittgenstein dans le Tractatus, est que la relation de subsomption d'un objet sous un concept est "montrée" par $\vdash \Phi(\Delta)$ ou, si l'on veut, par la simple affirmation que J. César est un grand général. La paraphrase en terme de subsomption de "ce que dit" la proposition est en fait logiquement fautive puisqu'elle fait apparaître une (pseudo) relation là où il n'y en a pas. La supériorité d'un symbolisme comme celui que Frege a mis au point est que la différence de statut logique entre "Δ" et "$\Phi(\xi)$" ainsi que la (pseudo) relation de subsomption, est directement "visible" sur l'écriture (moyennant la connaissance des conventions qui la gouvernent, évidemment), alors que la proposition en langage ordinaire "J. César est un grand général" est, de ce point de vue, profondément ambiguë (d'où les interminables querelles logico-métaphysiques).

82. "proposition" est ici ambiguë : on sait que Frege distingue la proposition (*Satz*) de la "pensée" qu'elle exprime et de la valeur de vérité qu'elle signifie. Une autre terminologie devenue plus courante distingue la phrase (= *Satz* de Frege) de la proposition ("pensée" de Frege). Les traducteurs des *Posthumes* en français on choisi de traduire "*Satz*" par "phrase", ce qui peut se justifier, mais nous ne les suivrons pas sur ce point. Dans la perspective de Frege la proposition et la pensée sont quasi isomorphes et, pour ce qui nous intéresse ici, analyser une proposition revient à analyser la pensée qu'elle exprime ce qui rend relativement inoffensif de parler de proposition là où il vaudrait mieux, parfois, parler de "pensée" ; le texte suivant est clair sur ce point : "J'appelle la partie complète d'une proposition un nom propre, la partie insaturée, un nom conceptuel. A la partie insaturée de la proposition correspond une partie insaturée de la pensée et à la partie complète de la proposition une partie exactement semblable de la pensée, et l'on peut ici aussi parler de la saturation de la partie insaturée de la pensée avec la partie complète. Une pensée ainsi composée est ce que la logique traditionnelle appelle un jugement singulier. Il faut remarquer cependant qu'une même pensée est analysable de plusieurs façons et ainsi apparaît composée de parties de différentes manières. Le terme "singulier" ne vaut pas directement pour la pensée mais seulement relativement à une manière de la décomposer en parties. De même, chacune des parties de la proposition [sc. de la proposition "si 1 est plus grand que 2 alors 12 est plus grand que 2"], "1 est plus grand que 2 et "12 est plus grand que 2" apparaissent composées du nom propre "1" et d'une partie insaturée. La même chose vaut pour les pensées correspondantes." "Kurze Übersicht meiner logischen Lehren" (1906), *N. S.* p. 217-218.

83. Cette remarque est faite par Frege dès le début des années 80, dans le posthume "Booles rechnenden Logik und die Begriffschrift", N.S. p. 17, ainsi que dans la lettre à Marty, déjà citée à plusieurs reprises : "...kann [der Begriff] nicht für sich allein bestehen" ; Frege répétera cela dans la deuxième partie du premier article sur les fondements de la géométrie, contre le Russell des *Principles*, cf. K.S. p. 270, n. 5 : on peut "distinguer" (*unterschieden*) un concept dans un contexte propositionnel, mais non l'en "séparer" (*abgeschieden*). Ce thème est évidemment étroitement lié à l'essentielle "insaturation" des fonctions et des expressions fonctionnelles qui interdit d'utiliser une lettre de fonction en isolation : cela est "*ein Unding*", une absurdité (cf. *Gg.* II, §147, n.2), comme ne cesse de le répéter Frege ; voir, par exemple dans la correspondance avec Russell, la lettre du 13

cet interdit logique que le langage ordinaire viole impunément en permettant la formation, à partir de termes conceptuels, de noms propres à la signification douteuse comme "le concept "cheval" ". On peut sur ce point reprendre le vocabulaire de Wittgenstein, et dire que le nom conceptuel ne peut qu'être "vu" dans la proposition ; une des propriétés intéressantes de l'idéographie est précisément de permettre de le "voir" immédiatement [84].

Quel mode de "subsistance" reconnaître alors à un concept ? La réponse découle de ce qui précède : si un concept ne "subsiste" que dans le contexte d'une proposition, c'est sur cette dernière, en tant qu'elle forme un "tout complet", exprime une pensée et nomme une valeur de vérité, que repose la subsistance du concept. Un concept véritable est donc tel que lorsqu'il est "saturé" par un objet, la proposition obtenue est soit vraie, soit fausse [85]. Si tel n'est pas le cas, la proposition n'est plus une authentique proposition scientifique et rien n'assure alors que le concept que l'on "distingue" en elle soit lui-même un authentique concept. On reconnaît un de ces thèmes qui ont suscité tant de commentaires et souvent de réticences : il faut qu'un concept soit strictement délimité. Cela ne veut rien dire d'autre que : on doit pouvoir déterminer pour tout nom d'objet, si la proposition obtenue en le mettant dans la place vide du terme conceptuel est vraie ou fausse. Cela n'est qu'une autre manière de formuler un bien vieux principe, à savoir le principe du tiers exclu : une proposition est soit vraie, soit fausse, le tiers est exclu et donc une proposition qui n'a pas l'une des deux valeurs de vérité n'est pas une proposition scientifiquement légitime. Puisqu'un concept (un terme conceptuel) ne subsiste que dans le contexte d'une proposition scientifique, il s'ensuit immédiatement que là où il n'y a pas de proposition de ce genre, il n'y a pas de concept : "la loi du tiers exclu n'est, à vrai dire, qu'une autre forme de l'exigence qu'un concept soit strictement délimité." [86] L'exigence de stricte délimitation n'est donc que la conséquence du fait qu'un concept (ou une relation) n'est disponible qu'en contexte propositionnel, ce qui présuppose donc que l'on ait à faire à une véritable proposition, une de celles qui obéissent au principe du tiers

novembre 1904.

84. On sait que dans la partie "technique" des *Gg.* on ne voit jamais apparaître une expression conceptuelle ou relationnelle "en isolation", même flanquée de sa "place vide".

85. Nous nous exprimons ici avec relâchement : en toute rigueur nous devrions dire qu'une expression conceptuelle nomme réellement un concept lorsque toute proposition obtenue en mettant un quelconque nom propre d'objet dans sa place vide, nomme soit le Vrai soit le Faux. Nous nous permettrons ce genre de relâchement là où cela ne prête pas à confusion, en espérant du lecteur qu'il rétablisse la formulation correcte dont la lourdeur est dissuasive !

86. *Gg.* II, §56, même remarque à propos des relations, §62. Voir également la lettre à Peano du 29 septembre 1896 : "La loi logique qu'il n'y a pas de troisième cas, en dehors de a est b et de a n'est pas b, n'est à vrai dire qu'une autre expression de notre exigence qu'un concept (b) soit strictement délimité".

exclu[87].

3.2 Concept, objet, extension de concept

En cela le "concept" fregéen n'a pas grand chose à voir avec le concept de la tradition : qu'un objet tombe ou ne tombe pas sous un concept, selon la formule consacrée, veut seulement dire que lorsque son nom est mis dans la place vide du terme conceptuel correspondant, la proposition obtenue est vraie ou fausse, et en ce sens un concept n'a pas à exprimer ce qui est "commun" aux objets qu'il subsume ; autrement dit, il n'a pas à exprimer ce en quoi des objets "se ressemblent". Les objets qui tombent sous un même concept n'entretiennent aucune relation et ne constituent nullement un "ensemble" et c'est bien pourquoi le concept n'a pas à être formé par "abstraction" à partir d'objets qui seront dits, une fois le processus d'abstraction mené à son terme, tomber sous lui. En des termes qu'utilisait la vieille logique, les objets qui tombent sous un concept n'en sont pas des "parties subjectives".

Ces remarques permettent de comprendre le pourquoi de l'hostilité constamment affichée par Frege à l'égard de l'expression "nom commun". Ce qui apparaît comme "nom commun" dans le langage ordinaire est en fait le plus souvent un terme conceptuel et on ne doit pas le comprendre sur le modèle du nom propre indéterminé, ou, si l'on veut, d'un nom propre qui au lieu de ne nommer qu'un individu, en nommerait plusieurs en tant que partageant un trait distinctif commun[88]. Un nom commun (= terme conceptuel) nomme un concept et, cela interdit que l'on puisse y voir un nom, même indirect, d'objet. Dans les termes de la logique classique cela veut dire, par exemple, que dans une universelle le sujet "n'est pas pris pour ses inférieurs"[89]. Réciproquement, un nom propre d'objet n'emporte avec lui aucune dimension "conceptuelle".

Il est clair, en effet, qu'à l'exigence de stricte délimitation qui porte sur les

87. Une proposition, pour Frege peut ne pas avoir de référence, par exemple si elle appartient à un roman ; dans la science ce genre de proposition est interdite.

88. Références très nombreuses dans les écrits de Frege : dans les *N.S.* p. 192 (Über Schoenflies...), p. 230 ("Logik in der math."), Lettre à Marty, à Liebman (1990), à Linke (1919), *Fdts.* § 51. "Sur le but de l'id." in *Begriffsschrift und andere Aufsätze* (I. Angelelli ed., Hildesheim, G. Olms, 1964), p. 108 (p. 64, trad Imbert), "Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorselungen...", *K.S.* p. 209, "Cpt. rendu de H.", *K.S.* p. 188 (p. 153 trad. Imbert).

89. cf. "Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorselungen..." : "Si j'énonce une proposition avec le sujet grammatical "tous les hommes", je ne veux rien énoncer par là d'un chef de l'Afrique Centrale." (p. 209), même remarque à propos d'un chef Akpanaya (!) dans le "Cpt. rendu de H."., *K.S.* p. 188 et de Moby Dick dans les *Fdts.* §47 (mais Frege ne nomme pas Moby Dick !) ; on reconnaît là, évidemment, un des fondements de la distinction, en termes ensemblistes, de l'appartenance et de l'inclusion.

concepts répond l'exigence de reconnaissance et d'identification de l'objet indépendamment de tout concept. Pour le dire autrement, l'objet doit pouvoir être reconnu et identifié pour que l'on puisse poser la question de savoir si la proposition obtenue par insertion de son nom dans un nom de concept exprime une pensée vraie ou fausse. Il ne s'agit pas de demander que l'on sache "de quoi l'on parle", comme on le fait depuis Aristote, mais d'être assuré que le nom propre nomme effectivement et de manière invariable un objet, faute de quoi évidemment on ne pourrait décider si l'objet en question tombe sous le concept, ou, plus rigoureusement, si la proposition obtenue est vraie ou fausse.

Si "nommer", veut dire être en mesure d'identifier et de reconnaître, on comprend pourquoi Frege est tenté par le modèle de l'ostension puisque lorsque l'on est en situation de pouvoir montrer l'objet, celui-ci est immédiatement identifié sans que l'éventuel usage de noms communs puisse laisser entendre que l'objet comporte "en lui-même", en tant qu'objet, des déterminations conceptuelles [90].

Il est vrai que, le plus souvent, nous utilisons pour former des noms propres des expressions d'allure conceptuelle, de sorte que c'est à titre de porteur de telle ou telle propriété ou attribut que nous semblons identifier l'objet, ce qui conduit, au bout du compte à considérer que l'objet n'est que l'instanciation de propriétés qu'on lui attribue.

Que la plupart de nos noms propres soient en fait de la forme "le tel ou tel" ("le précepteur d'Alexandre le Grand"), ne veut nullement dire que logiquement ils ne fonctionnent pas comme des noms propres authentiques, c'est à dire comme permettant d'épingler le même objet. Il ne faut pas confondre ici la manière que nous avons d'identifier et de reconnaître l'objet, qui est enfermée dans le sens du nom propre, et le fait que l'expression que nous utilisons est bien, logiquement, un nom propre, c'est à dire qu'elle signifie (*bedeutet*) un objet [91].

90. Le modèle de l'ostension n'est sans doute pas très visible dans les écrits de Frege ; notons cependant qu'il est au cœur de la critique de la thèse qu'un nombre est attribué à des "choses du monde extérieur" dans les *Fdts.*, cf. §22 : "Je peux indiquer du doigt, sans un mot, chacune des surfaces colorées ; je ne peux en faire autant pour les nombres" ; cf. également §47. Tout à la fin de sa vie, dans le dernier texte posthume dans lequel Frege abandonne l'idée qu'il y aurait des "objets logiques", on trouve de nouveau un exemple qui met en évidence le modèle de l'ostension pour la "nomination" d'un objet : " "Corps solide" est un concept et vous pouvez montrer une chose et dire : "Ceci est un corps solide" ; ce faisant, vous subsumez la chose sous le concept "solide"." ("Neuer Versuch der Grundlegung der Arithmetik", *N. S.* p. 299).

91. Notons en passant que la position qu'adoptera Russell, pour qui "le précepteur d'Alexandre le Grand" est un pseudo-nom propre qu'il faut pouvoir paraphraser de sorte à dissiper l'illusion que c'en est un véritable, est directement opposée à celle de Frege. Il se peut, certes, qu'une expression de ce genre ait un sens sans avoir de signification, mais c'est à la science de le dire et le logicien n'a pas à l' "analyser" pour faire face au cas où, de fait, cette expression n'aurait pas de signification.

On peut résumer ces derniers points en disant qu'un concept fregéen n'est nullement une manière d'unifier et d'abolir les différences qui produisent la diversité des individus dans l'expérience, pour reprendre ce que nous disions plus haut à propos des concepts "génériques". Pour continuer dans ce genre de métaphore : un concept laisse "intacts" les objets qui tombent sous lui, n'en efface aucunement les particularités et ce qui fait qu'ils sont tous distincts les uns des autres [92].

De là résulte, en particulier, qu'une "extension de concept" fregéenne ne peut être véritablement confondue avec ce que la vieille logique entend par là [93]. Certes l'extension d'un concept peut être définie comme l'ensemble des objets qui tombent sous le concept, mais, dans la perspective classique cela veut dire qu'ainsi on détermine un ensemble d'objets ayant entre eux une certaine ressemblance et qui peuvent alors former une sorte de totalité lâchement unifiée, et le plus souvent mal délimitée. C'est pourquoi, par exemple, lorsque Husserl critique la thèse de Frege qu'une attribution numérique porte sur un concept, il peut passer sans transition d'extension ce concept à tout collectif ou agrégat au sens de Mill (mais sans la limitation aux agrégats physiques) et affirmer que ce n'est pas au concept "chevaux qui tirent la voiture de l'empereur", mais à son extension qu'est attribué le nombre quatre [94]. Comme le remarque Frege dans son compte rendu de l'ouvrage de Husserl : "l'extension d'un

Dès lors qu'une proposition est formée en mettant "le précepteur d'Alexandre le Grand" en place d'argument dans un terme conceptuel et qu'elle est vraie ou fausse, "le précepteur d'Alexandre le Grand" est nom propre d'Aristote et la composante d'allure "conceptuelle" qui entre dans le sens de cette expression n'est pas, logiquement, à prendre en considération. On a beaucoup glosé depuis les conférences de Kripke sur la logique des noms propres sur les rapports entre Mill d'une part et Frege/Russell d'autre part, en associant ces deux derniers auteurs. Cette opposition est fallacieuse et témoigne d'une lecture souvent hâtive de ces auteurs : pour Frege, un nom propre qu'il s'agisse d'un nom propre au sens habituel ou d'une "description définie" n'est jamais, logiquement, "connotatif", au sens de Mill. Rappelons que pour Mill, si dans une proposition le terme sujet est de la forme "le tel ou tel" , alors la proposition porte sur ce que connote le terme sujet et non pas sur ce qu'il dénote. Il ne faut pas confondre le fonctionnement logique des noms propres dans une proposition et les propriétés sémantiques que l'on reconnaît par ailleurs à ces termes.

92. cf. l'exemple des chats dans les *Fdts.*, §34 : …le chat blanc est toujours blanc, et le noir toujours noir" et celui, pittoresque, des maisons dans *Gg.* II, §99 : "Si en faisant abstraction de la différence entre ma maison et celle de mon voisin, je considérais les deux maisons comme étant la même chose, et que je voulais disposer de l'autre maison comme de la mienne, on verrait rapidement le défaut de mon abstraction."

93. Nous négligerons ici le fait qu'on ne trouve pas dans une extension de concept fregéenne des objets mais des paires d'objets dont la première projection est un objet quelconque et la seconde l'une des deux valeurs de vérité.

94. cf. Ph. de l'A. I, chap. ix.

concept n'est pas une totalité au sens de [Husserl]" [95].

On sait que l'un des succès que s'attribue Frege dans l'article de 1885 sur les théories formelles de l'arithmétique, est d'avoir substitué à la notion d'ensemble celle, purement logique, de concept (et d'extension de concept) [96] et qu'en général, il n'est pas tendre à l'égard de cette notion telle qu'elle se trouve utilisée par les mathématiciens car elle lui semble à la fois confuse et trop empirique. Le point essentiel, pour ce qui nous intéresse ici est que les notions d'ensemble, de système, de tout ou de totalité, de classe (au sens de Boole-Schröder) d'agrégat, emportent avec elles l'idée que ce sont les parties ou les objets qui constituent le tout (ensemble, etc.) ; il faut donc bien alors que ces parties entretiennent entre elles des relations, ne serait-ce que ce fantôme de relation qu'est la "liaison collective" de Husserl [97].

L'extension d'un concept (que Frege appelle "classe" dans la lettre à Russell citée en note) ne suppose, elle, aucune relation entre les objets et ne tient sa consistance (*Bestand*) que du concept. Autrement dit, prise indépendamment de son concept, une extension de concept, qu'il vaudrait mieux alors appeler un "système", un "ensemble" ou un "tout", etc., ne peut avoir de "consistance" qu'en vertu des relations qu'entretiennent les objets ou les parties. Le point important est qu'alors, il n'est plus

95. "Cpt. rendu de H.", K. S. p. 185 (p 149 trad. Imbert).

96. cf. "Über formale Theorien der Arithmetik", *K.S.* p. 104-105. Frege a toujours présenté explicitement sa démarche comme partant de la critique du nombre agrégat ou propriété d'agrégat ; d'où l'importance, bien plus grande qu'on ne le dit, qu'il accorde à la théorie millienne du nombre ; voir par exemple *Gg.*,I, p. ix. Que la conception du nombre agrégat lui ait semblé la plus attractive, c'est ce dont témoigne un curieux passage de la lettre à Zsigmondi datée des environs de 1918 par les éditeurs de la correspondance : après avoir montré les absurdités auxquelles conduit la définition du nombre comme "tas", Frege remarque : "Il est cependant difficile de penser qu'un nombre n'a rien à voir avec un tas. Il semble presque que le nombre ne soit certes pas un tas, mais quelque chose concernant un tas.(...) Le nombre apparaît donc comme propriété d'un tas". Il poursuit, très curieusement, en définissant le nombre comme "classe de tas", sans même faire mention des "extensions de concept" ni des réserves qu'il n'a cessé d'émettre à l'égard de la notion de tas ou d'agrégat. Tout à la fin de sa vie, alors qu'il revient sur la question du nombre, il se reproche d'avoir été trop sensible à cette image du tas et d'avoir ainsi indûment privilégié les nombres "du jardin d'enfant" : "Nous avons", écrit-il, "l'image d'un enfant assis devant un tas de pois, les prenant un à un avec ses doigts, en prononçant à chaque fois un nom de nombre." ("Zahlen und Arithmetik", *N. S.* p. 296)

97. cf. sur la notion d'ensemble, agrégat, etc. le posthume "Über Schoenflies", *N. S.* p. 196-199, "Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorselungen...", *K.S.*, p. 207-208, la lettre à Russell du 28 juillet 1902. Un des arguments de Frege contre l'ensemblisme ou le classisme (!) est, comme on le sait que si un ensemble est constitué de ses parties ou objets, alors un ensemble ne comptant qu'un seul objet se confond avec cet objet et un ensemble vide est une contradiction. Ce n'est là qu'une conséquence de la conception fregéenne du concept et de son extension, et sans doute un motif qui la conforte et qui a pu convaincre Frege de son bien fondé, mais ce n'en est pas le fondement.

déterminé de façon univoque de quelles parties ou objets est constitué un tel "tout". Que les deux points soient liés peut être illustré de la manière suivante. Dans un tout "un" comme une armée, on peut considérer que ce sont essentiellement les relations de subordination dans la hiérarchie militaire, auxquelles correspondent les subdivisions en "divisions", régiments, compagnies etc., qui constituent l'armée comme telle. A ce moment, que, par exemple, un soldat disparaisse, ou même une compagnie, etc. n'affecte pas vraiment le fait que l'armée est toujours une armée (un peu affaiblie, c'est tout !), puisque le complexe de relations qui lui donne sa consistance reste présent. Réciproquement, si, en raison de quelque événement malheureux comme une débâcle, la chaîne de commandement vient à être rompue, l'armée disparaît, même si aucun soldat n'est mort ou aucun régiment disloqué. De quelles parties est constituée l'armée, et que doit-on admettre comme étant le nombre qui lui revient ? Cela n'est pas déterminé par le fait de la considérer comme une armée puisque l'on peut la "diviser" de multiples façons. C'est exactement la même difficulté rencontrée par Husserl, que nous évoquions plus haut (p. 26) et qui le conduit à admettre qu'un fin de compte il y a bien dans une "pluralité" une sorte de socle d'objets "naturels", sur la base duquel des formations secondaires peuvent surgir. Qu'il y ait liaison collective et donc tout collectif ne suffit pas pour avoir à faire à une pluralité nombrable : il faut déterminer cette pluralité en tant que constituée de tels ou tels "objets". Comme nous le remarquions à cette occasion, la difficulté tient à ce qu'il faut à la fois mettre en avant la ou les relations qui supportent le tout, sans considération des objets, et cependant isoler ces objets puisque ce sont eux, qu'en fin de compte, on dénombre. Seul un concept générique pourrait jouer ce double rôle : constituer un tout (l'extension de concept constituée d'objets présentant un trait commun) et distinguer les objets qui le constituent par les propriétés qu'ils "possèdent" ; mais, comme on la vu, un concept "générique" ne détermine justement pas un tout numériquement déterminé.

Le concept fregéen ne détermine nulle "totalité", nul "ensemble", en ce sens, et son extension n'a donc rien d'un "tout" [98] : pour user d'une métaphore, aux relations horizontales que doivent entretenir les objets formant un "tout", Frege substitue la

98. Il est intéressant de noter qu'au §48 des *Fdts.*, Frege oppose l'aperception synthétique qui ne peut "assembler en un tout" les habitants de l'Empire Germanique au concept sous lequel on peut amener les dits habitants ; il ne dit pas que le concept "assemble en un tout". Au début du même paragraphe, il utilise l'expression : "*sammelnde Kraft*" pour le concept (le pouvoir de grouper, ou assembler) et celle de "*vereinigende Kraft*" pour l'aperception synthétique qui marque beaucoup plus fortement l'idée d'unifier. Il est vrai cependant que ce genre d'éclaircissement laisse immanquablement passer des ambiguïtés terminologiques, qui ont fait, par exemple, que Husserl ou Cantor ont pu ne pas voir l'originalité de la conception fregéenne du concept (cf. par exemple, l'usage de "*Gesamheit*" dans l'article de 1885 sur l'arithmétique formelle, *K.S.* p. 105).

relation verticale des objets au concept sous lequel ils tombent, objets tous distincts en vertu de leurs particularités propres que leur "relation" au concept n'efface nullement. Or, en vertu de l'exigence de stricte délimitation, sans laquelle, on l'a vu, il n'y a pas de concept, avec un concept sont donnés, au moins idéalement, tous les objets tels qu'une proposition vraie résultera de l'insertion de leur nom dans la place vide du terme conceptuel. Il ne s'agit pas de prétendre que nous savons actuellement de quels objets il s'agit, mais seulement que, de par la nature propre du concept, il est logiquement déterminé à l'avance qu'il n'y aura pas de cas tel que l'on ne puisse déterminer la valeur de vérité de la proposition obtenue en saturant le terme conceptuel par un nom propre d'objet ; ce qui permet donc de discriminer rigoureusement entre ceux des objets qui tombent et ceux qui ne tombent pas sous le concept en question.

Il faut souligner ici que la possibilité de déterminer si un objet tombe sous un concept, ne dépend pas, logiquement, de l'objet lui-même, mais bien de la définition du concept puisque c'est cette dernière qui, à propos de tout objet, permet de poser la question de savoir s'il tombe ou pas sous le concept. Quelque "connaissance" que l'on ait d'un objet, en l'absence d'une telle possibilité, il est impossible de répondre à la question ; en ce sens, c'est bien le concept, en tant que bien défini, qui permet de déterminer lesquels parmi les objets tombent sous lui et donc, en particulier, leur nombre [99].

Qu'il n'y en ait aucun, un seul, tel ou tel nombre, n'est évidemment pas donné avec le concept (sauf dans des cas exceptionnels, comme "être différent de soi-même") mais apporte une information sur le concept et seulement sur le concept. C'est dans l'exacte mesure où pour répondre à la question : "quels objets tombent sous le concept $\Phi(\xi)$?", il faut partir de $\Phi(\xi)$, c'est à dire de sa définition, que la question de savoir combien il y en a ne concerne que le concept. Le dénombrement se fait d'objets

99. il faut ajouter : en déterminant, le plus souvent sous quels autres concepts, eux-mêmes strictement délimités, lesdits objets doivent tomber, ou bien en spécifiant quelle "qualité sensible reconnaissable" ils doivent avoir. Frege dans ses polémiques contre les "proto-formalistes" et contre Hilbert n'a cessé de souligner la priorité de la "stricte délimitation" sur toute question portant sur les objets tombant éventuellement sous le concept. Voilà, par exemple ce qu'il déclare dans le posthume sur Schoenflies contre le refus d'admettre des concepts contradictoires : "La seule chose que l'on peut exiger d'un concept est qu'il soit strictement délimité ; c'est à dire que vaille pour tout objet, soit qu'il tombe soit qu'il ne tombe pas sous le concept. (...) Mais l'admissibilité d'un concept ne dépend en rien de ce qu'un objet, et quel objet, tombe sous lui ; ou, autrement dit : s'il y a des objets, et lesquels, dont il puisse être dit avec vérité. Car, avant que l'on puisse poser une telle question, on doit déjà avoir le concept" (p. 194). Il serait grotesque d'en déduire qu'il suffit de connaître la définition d'un concept pour savoir, à l'avance, que tel ou tel objet tombe sous lui ; ce serait tombé dans un idéalisme extravagant. Le texte le plus clair à cet égard se trouve dans le deuxième article sur les fondements de la géométrie (1906), en réponse à Korselt, p. 291-292.

tous distincts et discernables (puisqu'ils ont pu être nommés, c'est à dire identifiés et reconnus) mais il n'est guidé que par les conditions qu'impose le concept pour qu'un objet tombe sous lui et c'est donc bien à son propos qu'est posée la question "combien ?", i.e. combien d'objets le concept subsume-t-il ? En retour, il apparaît évidemment que la donnée d'un nombre ne concerne en rien les objets, ni l'"extension du concept" au sens pré-fregéen, c'est à dire au sens de "class as one" comme dirait Russell. Si Frege peut dire dans son compte-rendu de Husserl qu'il lui importe peu que l'on dise qu'une attribution numérique porte sur un concept ou sur une extension de concept, c'est précisément à condition de préciser tout de suite que ce n'est pas au sens d'"extension de concept" qui est celui de la logique traditionnelle [100].

On voit alors, sans qu'il soit besoin d'y insister, que les problèmes insolubles posés par les attributions numériques et les "concepts de nombres" à la logique (et la philosophie qui s'y superpose) d'inspiration aristotélicienne, s'évanouissent d'eux-mêmes [101].

Il y a plus important encore : non seulement une attribution numérique ne peut porter que sur un concept, mais il résulte des considérations qui précèdent qu'un concept se caractérise essentiellement comme étant ce en quoi se trouve le nombre, autrement dit, dès lors qu'il y a concept, il y a nombre, ou, si l'on veut encore, un concept est en premier lieu ce qui "supporte" un nombre [102]. Un concept numériquement indéterminé serait un concept mal défini, non strictement délimité, autrement dit, ce ne serait pas un concept ; un concept (scientifique) numériquement indéterminé est une contradiction *in adjecto*. Là encore, cela ne veut évidemment pas dire que dès lors que nous saisissons un concept, nous savons effectivement quel nombre lui correspond mais qu'il appartient en propre à un concept de pouvoir être numériquement déterminé. La question de savoir quel nombre lui convient n'est qu'une question épistémologique qui n'est pas ici pertinente.

Tout dépend, on le voit, de l'idée première : un concept est tel qu'en remplissant la place vide du terme conceptuel correspondant par un nom d'objet, on doit obtenir une proposition obéissant au tiers exclu. Le "milieu naturel" du concept (et de la relation, évidemment), c'est la proposition et non le ou les objets qui éventuellement tombe(nt) sous lui [103]. C'est de la proposition en tant qu'elle est objectivement vraie

100. cf. "Cpt rendu de H." *K. S.*, p. 185 (p. 149, trad. Imbert). Rappelons que l'introduction, si problématique, des extensions de concept est essentiellement liée au fait de vouloir traiter les nombres comme des objets et non comme des concepts de deuxième niveau.

101. Il suffit de relire les §47-54 des *Fdts.*, surtout le §54.

102. "Je désigne par concept ce en quoi se trouve le nombre" (*...ich nun da, woran die Anzahl vorkommt, als Begriff kennzeichne...*), "Über Formale Theorien der Arithmetik" (1885), *K. S.* p. 105.

103. On se souvient de la métaphore qu'utilise Russell dans les *Principles* à propos des "fonctions

ou fausse que le concept reçoit son "objectivité. C'est bien pourquoi, il faut prendre pour point de départ, en logique, la proposition et non le concept "générique" conçu comme issu de la considération des objets. La logique classique voit l'objet derrière le concept (et, parfois, la philosophie qui s'y rattache soupire de ne le voir que réduit à l'état de spectre exsangue), la logique fregéenne voit, derrière le concept, ou plutôt avec le concept, la proposition dans la netteté du partage entre le vrai et le faux. C'est pourquoi la première ne sait que faire des "concepts de nombre" alors que la seconde lie immédiatement nombre et concept.

3.3 Parler de concept

D'où il résulte que l'objectivité d'un concept ne dépend en rien de la circonstance qu'il subsume ou pas un objet : que toutes les propositions obtenues en saturant la place vide du terme conceptuel par des noms d'objets soient fausses est peut-être regrettable mais cela n'affecte en rien le fait que le concept en question est strictement délimité, et donc concept véritable, puisqu'il est possible d'attribuer une valeur de vérité (le Faux, en l'occurrence) à toutes les propositions obtenues par saturation de la place vide du terme conceptuel. Du reste, on est souvent amené, dans les raisonnements par l'absurde par exemple, à utiliser des concepts dont on montrera qu'ils ne subsument aucun objet ("racine carrée entière de 2", "ectoplasme à roulette", par exemple) [104]. On est alors conduit à "dire quelque chose" d'un concept de ce genre, à lui attribuer une "propriété", celle de ne rien subsumer, ou comme on dit aussi, d'être un concept vide, ce qui revient à lui attribuer le nombre 0. Une attribution numérique, en général, fonctionne de la même manière : il s'agit à chaque fois de dire d'un concept qu'il subsume tant ou tant d'objets. Un concept a donc des "propriétés", indépendamment du fait qu'il est "dit d'un objet" avec vérité.

Ce résultat peut sembler anodin : après tout, pendant près de deux mille cinq cents ans les philosophes ou les logiciens ont dit toutes sortes de choses à propos des genres ou des espèces, à propos du concept de poire ou de celui de triangle. Ils ont dit, pour reprendre un exemple tant et tant discuté, que "homme est une espèce" (ou que "rouge est un accident"). Et voilà que les problèmes recommencent ! En tant que terme commun, "homme" nomme Socrate ou Attila et cependant on ne peut dire de Socrate ou d'Attila qu'ils sont des espèces, etc. C'est donc que "homme" dans "homme est une espèce" ne fonctionne pas comme un terme commun ; donc comme

propositionnelles" (équivalents russelliens des termes conceptuels et relationnels de Frege) : "...le φ dans φx n'est pas une entité séparée et distinguable : elle vit dans la proposition de la forme φx et ne peut survivre à l'analyse." (§85).

104. cf. par ex. *Fdts.* §74.

terme singulier, mais que nomme-t-il alors ? "Une nature commune", une "intention de l'âme", une marque graphique ou un son vocal ? Comme on l'a vu, la difficulté est semblable à celle que suscitent les attributions numériques : la descente aux inférieurs étant impossible, le terme sujet ne fonctionne pas comme il est requis qu'il le fasse s'il doit s'insérer dans un syllogisme. Les "solutions", toutes discutables, apportées à ce genre de difficulté ne peuvent consister qu'à modifier le statut du terme commun "homme" ou "rouge" : "homme" n'est plus ce qui se prédique de plusieurs ou dans les termes de la théorie de la supposition par exemple, ne suppose plus personnellement mais suppose soit simplement soit même matériellement. Ce faisant, libre cours est laissé à des développements qui ne sont plus logiques mais métaphysiques, puisque l'on ne peut fournir la forme logique d'une proposition comme "*homo est species*".

On le voit, la difficulté que pose ce genre de proposition tient à ce que l'on veut dire d'un concept quelque chose qui n'en retient plus le fait qu'il se prédique de plusieurs, ou plutôt qu'on cherche à le dire en usant d'une forme d'expression qui ne permet plus de faire apparaître qu'il se prédique de plusieurs (qu'il "nomme" plusieurs individus). Que dit-on en effet en disant qu'homme est une espèce ? Si l'on reste au plus modeste de ce que l'on entend par "espèce (dernière)", par exemple, on veut simplement dire que le terme dont on le prédique est tel qu'à son tour, il "nomme" plusieurs individus lorsqu'il est en position de sujet dans une proposition ordinaire ; il s'agit là, si l'on veut, d'une simple remarque logico-grammaticale portant sur le statut de "homme" dans une proposition comme "l'homme est bipède". La difficulté est que l'on ne peut dire cela un usant de la même forme grammaticale (S-P) que celle dont on parle, puisque, précisément, le terme sujet d'une proposition de cette forme est admis comme devant être pris pour ses inférieurs, ce qui n'est plus le cas dans "homo est species". Ce qui nous ramène au statut du concept en général : si la consistance et l'objectivité d'un concept tiennent seulement aux objets dont il provient et qu'il embrasse, ce que l'on peut en dire doit toujours valoir ultimement de ces objets, ce que reflète le fonctionnement du terme sujet des propositions catégoriques dans le syllogisme. Autrement dit, on ne peut user d'un concept que pour évoquer plus ou moins lointainement les objets qu'il subsume, ce qui revient à dire que seules les propriétés d'objets sont de véritables propriétés ; un concept, par lui-même, n'en a pas, et cela constitue une nouvelle raison pour laquelle on ne peut admettre, en toute rigueur, qu'une attribution numérique porte sur un concept.

En admettant qu'un concept est objectif dès lors qu'il est strictement délimité, autrement dit dès lors que les propositions qui résultent du remplissement du terme conceptuel correspondant obéissent au tiers exclu, rien n'interdit plus qu'en tant que concept et indépendamment du fait qu'il subsume éventuellement des objets, il ait des propriétés qui ne peuvent valoir des objets qui tombent sous lui. Il faut donc distinguer entre les propriétés des objets qui sont les "marques caractéristiques" (les "notae" des médiévaux) des concepts sous lesquels ils tombent, et les propriétés des concepts eux-mêmes qui ne peuvent être des propriétés des objets subsumés. Frege savait bien qu'en avançant une telle distinction, il heurtait ses contemporains et on comprend pourquoi il termine par ce point, l'explication de ce qu'il entend par "concept" dans les *Fdts.*, après le §46 [105].

Il faut cependant immédiatement préciser : en attribuant une propriété à un concept, on ne doit pas effacer ce qui le caractérise essentiellement, à savoir d'être insaturé. Ce n'est pas en tant qu'objet, comme le prétendait Russell, que l'on peut dire quelque chose d'un concept, mais bien en tant que présentant cette caractéristique d'être insaturé. On sait que cela conduit à se détourner du langage naturel puisque l'on ne peut formuler en lui le fait qu'un concept a telle ou telle propriété qu'en utilisant une expression de la forme "le concept Φ" qui donne l'illusion que l'on a à faire à un objet. Il est donc nécessaire de disposer d'un symbolisme qui permette de construire des formules dans lesquelles le terme conceptuel puisse figurer avec sa place vide.

Avant de revenir sur ce dernier point, demandons-nous, en général, quel genre de chose on peut dire d'un concept si l'on ne veut pas l'hypostasier en objet. Rien, évidemment, qui ne soit relatif au fait qu'il a comme caractéristique essentiel de subsumer des objets, ou, si l'on veut encore, qui ne soit relatif au fait que du terme conceptuel correspondant résulte une proposition, soit vraie soit fausse, par saturation de sa place vide [106]. Cela revient à ce que seul compte comme propriété d'un concept (ou plus généralement d'une fonction) ce qui concerne son "comportement" vis à vis des objets qui tombent sous lui ; c'est pourquoi ce qui, exprimé en langage naturel, ferait apparaître des pseudo-noms de concept, doit pouvoir s'exprimer en indiquant comment "se comportent" les objets qui tombent (éventuellement) sous le concept. Les propriétés d'un concept, telles que nous pourrions les formuler en

105. cf. §53. C'est à cette occasion que Frege énonce sa réfutation de l'argument ontologique. Dans la lettre à Marty (ou à Stumpf) de 1882, Frege soulignait déjà que sa notation pour la généralité, dans la *Bs.*, rendait intuitivement évidente la critique kantienne de l'argument ontologique. Il ne fait cependant pas explicitement la distinction entre propriétés et marques caractéristiques (= propriété d'un objet tombant sous le concept) d'un concept, distinction qu'il semble n'avoir formulée pour la première fois que dans les *Fdts.* auxquels par la suite, dans les discussions des années 1890, il renvoie sur ce point. Dans le "Cpt. rendu de H.", il souligne que Husserl n'a pas saisi cette distinction, *K.S.* p. 186 (p. 151, trad Imbert).

106. Si l'on peut dire qu'un concept est ce à quoi convient un nombre, on peut tout aussi bien dire qu'il est ce de quoi il y a sens à demander s'il subsume quelque chose, cf. la lettre à Marty (1882) : "...il est essentiel pour un concept tel que je le considère, qu'il y ait sens à demander si quelque chose tombe sous lui." Cf. également le posthume légèrement antérieur "Booles rechnenden Logik und die Begriffsschrift", *N. S.* p. 20 ainsi que *Fdts.* §51.

langage ordinaire, sont donc du genre : "être vide", "valoir pour au moins un objet", "ne valoir que d'un seul (ou de deux, de trois...) objet(s)", "être subordonné (ou superordonné) à tel autre concept", etc. De la même manière que l'on peut dire qu'un objet tombe sous un concept si la proposition qui résulte de la saturation de la place d'argument du terme conceptuel par le nom de l'objet est vraie, on dira également qu'un concept (de premier niveau) "tombe dans" un autre concept (de deuxième niveau) si la proposition obtenue par saturation de la place d'argument du terme conceptuel de deuxième niveau par le terme conceptuel de premier niveau, est vraie ; mais ici, le terme conceptuel de premier niveau doit apparaître avec sa place vide.

Soit l'exemple bien connu de la subordination de concept [107]. En général, nous exprimons la relation de subordination qu'un concept entretient avec un autre, en disant que quel que soit l'objet que l'on considère, s'il tombe sous le premier concept, il tombe également sous le second [108]. Fixons ce deuxième concept, disons $\Phi(\ldots)$. Nous mettons en évidence en général la propriété pour un concept d'être subordonné au concept $\Phi(\ldots)$ par : "quel que soit l'objet que l'on considère, s'il tombe sous le premier, il tombe également sous $\Phi(\ldots)$". Ce qui revient à : $\Psi(\ldots)$ est subordonné au concept $\Phi(\ldots)$ si est vraie la proposition obtenue en mettant le terme conceptuel correspondant à $\Psi(\ldots)$ à la place du marque place de fonction de premier niveau à une place d'argument dans l'expression suivante (concept de deuxième niveau) "quel que soit l'objet x, si $\psi(x)$ alors $\phi(x)$", c'est à dire si la proposition "quel que soit l'objet x, si $\Psi(x)$ alors $\Phi(x)$" est vraie [109].

---

107. Il s'agit d'un des exemples de fonction de 2ème niveau que Frege prend aux § 22-23 des *Gg.*, I. Les autres exemples de fonction (concept et relation) de 2ème niveau que donne Frege sont les suivants (transcrits dans la notation actuelle et en simplifiant un peu) :

- $\exists x \varphi(x)$: "être un concept non-vide".
- $\forall x \varphi(x)$: " être un concept valant de tout objet"
- $\forall x \varphi(x) \Rightarrow \forall y(\varphi(y) \Rightarrow x = y)$: "être un concept ne subsumant qu'un seul objet"
- $\varphi(2)$: "être un concept valant de 2"
- $\forall x(\varphi(x) \Rightarrow x = 2) \wedge \varphi(2)$: "être un concept ne valant que de 2"
- $\varphi(x)$: "être subsumé sous" (relation (inégale) entre un objet et un concept de 1er niveau)
- $\exists x(\psi(x) \wedge \varphi(x))$: "subsumer un même objet que" (relation entre deux concepts de 1er niveau)
- $\forall x, y[\varphi(x, y) \Rightarrow \forall z(\varphi(x, z) \Rightarrow y = z)]$: "être un relation de plusieurs à un".

108. Il s'agit là de l'interprétation "contemporaine" bien connue de l'universelle affirmative d'Aristote, dont du reste Frege n'est pas l'unique auteur ; l'idéaliste anglais Bradley défendait la même interprétation à la même époque et c'est de lui que Russell la tiendra. "Tous les Φ sont des Ψ" est traduit par "$\forall x(\Phi(x) \Rightarrow \Psi(x))$".

109. Le caractère laborieux de ces indications tient précisément au fait que nous essayons de formuler cela sans trop faire appel au symbolisme si commode de la logique contemporaine (ou celui de Frege, bien plus commode qu'on le dit d'ordinaire).

Nous retrouvons là un point sur lequel nous avions déjà insisté plus haut : en fait nous ne disons rien d'un concept au sens où nous formulerions des propositions "à propos" d'un concept, comme nous semblons pouvoir formuler des propositions "à propos" d'un objet. Lorsque nous paraphrasons en langage ordinaire "$\vdash \forall x(\Psi(x) \Rightarrow \Phi(x)$" en disant que le concept Ψ à la propriété d'être subordonné au concept Φ, nous tombons dans la même ambiguïté que lorsque nous paraphrasons "$\vdash \Phi(\Delta)$" en disant que Δ tombe sous le concept Φ. Les "propriétés" que l'on attribue à un concept ne peuvent qu'être montrées par les formules du langage artificiel mis au point par Frege (ou Russell, etc.) [110]. Un tel langage est construit de telle sorte qu'un terme conceptuel ne peut y apparaître que flanqué de sa place vide et ne peut jamais être un argument de "type 1" (= nom d'objet). En revanche, à partir du moment où nous disposons d'un tel symbolisme, nous pouvons "montrer" ce qui, exprimé en langage ordinaire, ressemble à des propriétés de concept (ou des relations entre concepts) et nous disposons d'un critère permettant de décider si tel ou tel concept a ou n'a pas telle ou telle "propriété".

C'est en ce sens que l'on peut dire d'un concept $\Phi(\dots)$ que, par exemple, le nombre 2 lui convient si nous sommes en mesure d'affirmer la formule suivante :

$$\exists x, y\{\Phi(x) \wedge \Phi(y) \wedge \forall z[\Phi(z) \Rightarrow (z = x \vee z = y)]\}$$

Si $\Phi(\dots)$ est strictement délimité, cette formule est soit vraie, soit fausse et donc on peut dire que le nombre qui lui revient est soit 2, soit différent de 2, le tiers étant exclu.

110. Les choses sont peut être plus claires s'agissant des relations. Lorsque l'on dit que la relation $\Phi(\xi, \zeta)$ est transitive, par exemple, on semble lui attribuer une propriété comme lorsque l'on dit que la table est rouge, et on "oublie" ainsi sont caractère insaturé autrement dit le fait qu'elle n'a de "consistance" que dans une proposition. En fait, comme tout étudiant de logique le sait, on doit "traduire" "$\Phi(\xi, \zeta)$ est transitive" par "$\forall x, y, z\{[\Phi(x, y) \wedge (\Phi(y, z)] \Rightarrow \Phi(x, z)\}$", ce qui pourrait se paraphraser en disant que si un premier objet entretient la relation Φ avec un second et que ce second entretient également la même relation Φ avec un troisième objet, alors le premier objet entretient la même relation Φ avec le troisième. Si cela est vrai alors nous pouvons dire (ce qui est plus rapide, mais est inadéquat) que la relation Φ est transitive. En théorie des modèles, on exploite cela dans une perspective qui n'est pas sans rapport avec notre propos : si par exemple, la formule de la transitivité pour Φ est vraie dans un modèle, ainsi que les formules (du même style) exprimant l'irréflexivité et le caractère dichotomique de Φ, on peut dire alors que le modèle en question est totalement ordonné par Φ. On dit en ce cas que cette propriété est une propriété du premier ordre du modèle. En général, P est une propriété du premier ordre du modèle $\mathcal{M}$ ssi il existe une formule close σ (ou un ensemble de formules closes Σ), telle que $\mathcal{M}$ est P ssi $\mathcal{M} \vDash \sigma$. Ce qui revient à cette "idée" qu'avoir une propriété du premier ordre, pour un modèle $\mathcal{M}$, "se montre" par le fait que σ est vrai dans $\mathcal{M}$ (ou que les phrases de Σ sont simultanément vraies dans $\mathcal{M}$).

Au total, on le voit, il n'y a pas vraiment de discours sur les concepts et relations, mais il est possible d'exprimer ce qui dans un autre contexte (celui que Wittgenstein appelle "la prose") peut apparaître comme l'attribution de telles propriétés à un concept ou une relation, en avançant des propositions dans lesquelles figurent les termes fonctionnels correspondant et dont la vérité équivaut (intuitivement ou par définition) à la possession de telles propriétés.

4 Souvenirs incertains

A Jourdain, qui lui demandait, en 1902, si le résultat auquel parviennent les Fdts. de 1884 n'avait pas été le fruit de l'élaboration de son écriture conceptuelle, Frege avouait qu'il n'était plus en mesure de détailler le cheminement de pensée qui avait été le sien entre l'ouvrage de 1879 et celui de 1884 [111]. Pourtant, lorsqu'il évoque pour Darmstaedter, en 1919 ce que fut sa démarche, il semble donner la priorité à la "découverte" que le nombre n'est pas un tas ou un agrégat ni une propriété d'un tas, etc. mais qu'en donnant un nombre, on énonce quelque chose d'un concept. C'est pour donner corps à cette découverte, ajoute-t-il, qu'il a dû s'écarter du langage naturel [112]et élaborer son symbolisme original. On peut évidemment supposer que si Frege avait été en possession de sa conception du nombre, il en aurait fait mention dès la *Begriffsschrift*, et qu'en conséquence celle-ci a précédé sa "découverte fondamentale" ; mais certainement pas de beaucoup : dès 1882, Frege affirme dans la lettre à Marty (ou à Stumpf) qu'il a pratiquement achevé un ouvrage dans lequel il traite du concept de nombre [113], ouvrage qu'en réponse, Stumpf le presse de publier sans tarder et sans utiliser son symbolisme ; d'où, sans doute, les *Fdts.* de 1884. Quoiqu'il en soit, on peut constater que la conception originale du concept que développe Frege et de laquelle suit quasi naturellement celle du nombre, comme tout ce papier a tenté de le montrer, est exposée par lui dans toute la netteté souhaitable dans la même lettre à Marty de 1882 [114]. Cette conception, comme on l'a vu abondamment, ne prend sens que si l'on dispose d'une idéographie permettant de mettre en évidence et de préserver le statut "intra-propositionnel", si l'on veut, des concepts et relations ;

111. Lettre du 23 septembre 1902.

112. et donc, pouvons-nous ajouter, de la vieille logique, à laquelle Frege a toujours fait grief de rester beaucoup trop proche du langage naturel.

113. C'est sans doute cet ouvrage, presque achevé, auquel Frege fait allusion dans l'introduction des *Gg.*, p. ix et qu'il dit avoir dû rejeter (*verferen*) en raison des changements apportés à son idéographie.

114. Il faut remarquer, toutefois, que la *Bs.* n'explicite pas avec une telle clarté les grandes thèses de la conception fregéenne du concept, même si l'essentiel y est *in nuce*.

il n'est donc pas surprenant que Frege, dans la lettre à Jourdain du 23 septembre 1902 [115], lie étroitement l'idéographie à la distinction entre agrégat/système et classe (au sens fregéen d'extension de concept), distinction dont on a vu qu'il se faisait gloire et qui est au cœur de sa théorie du concept.

Ces questions historiques n'ont peut-être pas une importance considérable ; il importe plus de remarquer que sans cette nouvelle conception du concept, il aurait été impossible de donner sens à la thèse du §46 des *Fdts.* et qu'elle est trop ajustée à cette thèse pour que celle-ci n'en soit pas, d'une manière ou d'une autre, à l'origine.

115. mais aussi dans *Gg.*, I, introduction p. ix.

Table des matières

1 Introduction **1**

2 L'introuvable analyse des attributions numériques avant Frege. **4**
2.1 "*Les apôtres sont douze*" 4
2.2 F. Suarez et la quantité discrète 11
2.3 L'indétermination numérique du concept 15
2.4 La *Philosophie de l'arithmétique*, un effort désespéré 19

3 Frege et les attributions numériques **30**
3.1 Concept et proposition 30
3.2 Concept, objet, extension de concept 37
3.3 Parler de concept 44

4 Souvenirs incertains **49**