L'intuition est à la déduction comme la géométrie est à l'algèbre

Vincent Jullien

Résumé

La méthode cartésienne est organisée autour de deux concepts, celui d'intuition et celui de déduction. Les mathématiques cartésiennes sont organisées autour de deux concepts, « les quelques lignes droites de la géométrie » et les signes très simples de l'algèbre. Il s'agit ici de soutenir qu'il y a une analogie étroite entre ces deux couples de concepts, soit que «la déduction est à l'intuition ce que l'algèbre est à la géométrie ». On verra alors si ce programme méthodique est véritablement délaissé après le tournant métaphysique des années 30 et si le renoncement à la mise en équations des questions posées au philosophe par le monde est aussi clair que le soutient généralement l'historiographie.

Abstract

The cartesian method is built around two main concepts, intuition and deduction. Cartesian mathematics are built around two concepts "the few straight lines of the *Géometrie*" and the very simple signs used for algebra. The point here, is to show the strong analogy existing between these two couples of concepts, i.e. *deduction is to intuition like algebra to geometry*. Then, we shall see if these epistemological way is actually swerved after the thirties metaphysical turn and if the Descarte's renouncement of his belief that any *quaestio* is possibly solved like an equation is that clear the historiography ordinary pretends.

Il est question d'une analogie cartésienne et il convient d'abord d'en vérifier les quatre termes.
La géométrie est ici prise en un sens très strict qui ne désigne évidemment pas « l'ensemble des activités mathématiques », ou même de construction de courbes etc. Il s'agit seulement des « quelques lignes droites » dont il suffit de connaître la longueur pour construire « tous les problèmes de géométrie » (AT VI, 369, 4-7), on ajoutera à ce matériau de base la relation de ces « longueur de lignes » deux à deux. En effet, les règles XII et XIV (AT VI, 441,10) précisent la capacité représentative limitée de la fantaisie : une loi valable pour la « vision oculaire » et pour la « vue de l'esprit » est qu'elle ne reçoit distinctement que deux traits à la fois pour leur considération simultanée : « c'est le fait de l'art que si nous avons à comparer entre elles plus de deux dimensions différentes…nous ne fassions seulement attention à deux ensembles » (AT VI, 452, 11-13) ; « nous ne faisons jamais attention à plus qu'une ou deux dépeintes ensemble dans notre fantaisie » (AT VI,449, 20-21). On pourra noter comment cette « règle des deux dimensions » est adéquate à la méthode des coordonnées cartésiennes et de la reconnaissance des lieux et des solutions selon des courbes qui sont des ensemble de *couples* (abscisse, ordonnée). Il est conforme à la doctrine de l'intuition cartésienne que sa géométrie soit dans $\mathbf{R}^2$. En ce sens restreint, et dans le cadre d'une théorie de la science, le cercle est un objet de la géométrie alors que le chiliogone ou le myriagone ne le sont pas. On peut les connaître par déduction alors qu'ils ne sont pas donnés immédiatement, comme présents à notre entendement.

L'algèbre c'est le formalisme cartésien, essentiellement les écritures et les méthodes de traitement des polynômes. Ebauché dans les *Regulae*, c'est l'ensemble des procédures notamment à l'œuvre dans le troisième livre de la *Géométrie*. On va le voir, c'est une arithmétique générale qui a déserté l'arithmétique, qui a changé d'objets : l'algèbre cartésienne ne généralise pas les calculs sur les nombres, mais sur les grandeurs continues. C'est ce qu'on nomme « l'algèbre géométrique ». Ce sont notamment les théories des racines, des factorisations, des opérations sur les polynômes eux-mêmes ainsi que la méthode des coefficients indéterminés. L'algèbre ne procure, ni ne se fonde sur aucune intuition. Ses caractères ne sont pas des choses (des images d'images) mais des noms et donc non connaissables. Si j'ai évidemment l'intuition de la ligne droite ou du cercle, je n'ai aucune intuition de $y=az$ ou de $x^2 + y^2 =1$ qui sont des relations composées. Une relation algébrique aussi simple que $a+b = b+a$ n'est pas garantie par intuition.

L'intuition est souvent définie ; elle est « regard de l'esprit » sur des éléments simples, des étincelles de vérités que Dieu dispose en notre esprit sous la forme d'idées claires et distinctes. L'intuition cartésienne est plutôt profane dans les *Regulae* où elle relève plutôt des procédures cognitives, pour devenir théologique dans les *Méditations* puisque c'est la connaissance précise de Dieu qui en fonde la véracité. On peut admettre que l'intuition cartésienne change de statut d'un texte à l'autre, de *terminus a quo* dans le premier, elle devient un *terminus ad quem* dans le second. Pour ce qui nous occupe, de l'un à l'autre de ces *moments cartésiens*, l'essentiel demeure : « il faut toujours en revenir là, qu'il n'y a que les choses que je conçois clairement et distinctement qui aient la force de me persuader entièrement […] comme il est évident que (dans le triangle rectangle) la base est opposée au plus grand angle ». (6*ème* *méditation*, AT IX-1, 55)

La déduction c'est la formation de chaînes ordonnées d'intuitions qui permettent aux raisonnements de pouvoir être longs, composés et de porter sur des questions complexes. Cette doctrine permet à la science d'exister avec des productions intellectuelles certaines. Il faudra y revenir, mais disons tout de suite que, si le degré de certitude des connaissances produites par la déduction égale celui des connaissances produites par intuition (claire et distincte dans les deux cas), leur statut n'est pas pour autant le même : immédiat ou *par nature* dans le second, il est médiat ou *artefact* dans le premier.

Je souhaite simplement défendre que, pour Descartes, la déduction entretient avec l'intuition le même rapport, la même *manière d'être* que l'algèbre à la géométrie. L'usage de l'analogie, de la proportionnalité, au cœur d'une théorie de la connaissance, n'est pas nouvelle dans l'histoire des systèmes philosophiques: Aristote, dans sa *Physique* , pour nous faire comprendre les rapports du substrat et de la forme, soutient en effet que « quant à la nature sous-jacente, elle est connaissable par analogie. En effet, ce que l'airain est à la statue, la matière non informée à une chose qui a reçu une forme, cette nature sous-jacente l'est à la substance » (191 a8) ; Platon bien sûr en use abondamment pour exposer sa topologie de la connaissance : « Consens-tu à dire que, sous le rapport de la vérité et de son contraire, la division a été faite de telle sorte que l'image est à l'objet qu'elle reproduit comme l'opinion est à la science ? » (Platon, *République,* VI, 509 d) ou encore, « Ce que l'essence est au devenir, la vérité l'est à la croyance » (*Timée, 29,c*).

La performance de l'analogie où les avantages que l'on en attend sont bien connus. L'intelligence de l'un des rapports permet la compréhension de l'autre : si l'on comprend la *manière d'être de l'algèbre par rapport à la géométrie, on comprendra la manière d'être de la déduction par rapport à l'intuition, et réciproquement* ; cela veut dire aussi que la connaissance de trois des termes de l'analogie permet de connaître le quatrième etc.
Depuis que je l'ai examinée de plus près, cette remarque m'est un peu apparue comme une évidence ou encore comme une banalité. Je prie le lecteur de m'en excuser ; elle peut cependant avoir quelque utilité pour deux questions controversées : savoir ce qui l'emporte chez Descartes de l'algèbre ou de la géométrie et savoir l'usage que fait Descartes de cette analogie au delà du strict champ de la réorganisation des mathématiques.

Il faut cependant commencer par justifier l'analogie proposée ; à cette fin j'emploierai deux arguments ; le premier consistera à montrer que la *manière d'être* commune des termes pris deux à deux (respectivement algèbre par rapport à géométrie et déduction par rapport à intuition) est affaire de mémoire. Le second consistera à montrer que les mécanismes de ce rapport, les liaisons de l'antécédent au conséquent, sont, dans l'un et l'autre cas, fournis par la théorie des proportions.

La mémoire
La première caractéristique commune qui permet l'analogie est due au rôle joué par la mémoire dans l'un et l'autre des rapports. La mémoire est au cœur du bouleversement cartésien de la langue mathématique. Si nous étions frappés d'hyper-mémoire, et d'imagination visuelle sans limite, nous n'aurions pas besoin de ces modes algébriques synthétiseurs de cas variés. Des esprits infiniment amples retiendraient toutes les occurrences particulières d'une formule ou d'une figure. Dieu n'a pas besoin de l'algèbre: il connaît tous les triangles, il connaît toutes les solutions des problèmes que nous exprimons par des polynômes et dont nous calculons les racines. Il en va de même de la déduction : l'hyper-mémoire, ou encore la « mémoire divine » n'a pas besoin de déduction, d'enchaînements successifs de vérités. Il n'y a rien de véritablement *composé* pour l'entendement divin.
Comment pourrait-on échapper au problème de la mémorisation puisque le temps de la pensée est une cause de ce handicap qui fait que nous ne savons pas comme Dieu. Faire des raisonnements mathématiques requiert du temps, et plus ces raisonnements portent sur des sujets composés, plus s'accroît le temps nécessaire. Cette remarque est valide si nous considérons des problèmes composés, autres que mathématiques.
Voici donc qui fixe deux bornes:
1) Notre temps de pensée n'étant pas illimité, il en ira de même de nos déductions qui ne peuvent atteindre que des enchaînements finis.

2) Le temps brouille la netteté des idées successives. La mémorisation –quoique indispensable- est donc *a priori* une source d'incertitude ou d'erreur. (C'est bien un argument fréquent de Descartes pour qui “Celle-ci [la mémoire] est souvent fuyante”[1].
Comme le notera Poincaré:
Si enfin la science du nombre était purement analytique [...] il semble qu'un esprit assez puissant pourrait d'un seul coup d'œil en apercevoir toutes les vérités.[2]
Pour cette raison donc, l'algébrisation cartésienne va d'abord fonctionner comme *économie de pensée*. Descartes s'engage à “soulager la mémoire et l'imagination” par cette méthode algébrique. L'algèbre, c'est un choix de langage qui n'est donc pas « donné » par clarté et distinction ; c'est une possibilité qui se trouve justifiée par ses performances ; il n'est pas en soi vrai ou faux d'employer les notations algébriques pour parcourir la géométrie. La question est légitime de savoir si ce recours à l'algèbre est ou non nécessaire ? Ce qui est nécessaire, c'est la mise au point d'une *voie formelle* permettant de parcourir automatiquement et selon l'ordre les difficultés des questions de géométrie (on pensera à la *charactéristique* leibnizienne), c'est en tous cas la voie que découvre (ou prétend découvrir) Descartes chez qui elle devient l'indispensable *aide-mémoire*. Pour lui donc, cette méthode n'est pas simplement une commodité, c'est en fait une nécessité pour ne conserver, au cours des raisonnements, que des idées claires : « car moins nous remplissons notre mémoire ; plus nous rendons notre esprit apte à augmenter sa science »[3]. N'est-ce pas M. Gilson qui affirmait qu'alors que la science de la Renaissance est affaire de mémoire, le mérite de Descartes était précisément de “faire passer la science de la mémoire à la raison”.[4]
Cette conception survivra longtemps et c'est dans l'article *Algèbre de l'Encyclopédie méthodique* que d'Alembert écrit:
La nouvelle algèbre soulage la mémoire et l'imagination, en diminuant beaucoup les efforts qu'elles seraient obligées de faire, pour retenir les différentes choses nécessaires à la découverte de la vérité sur laquelle on travaille, et que l'on veut conserver présentes à l'esprit.[5]

L'encombrement de la mémoire, l'accumulation d'informations, n'a pas seulement pour effet d'en faire oublier certaines mais aussi de rendre confuse leur présence à l'entendement. L'économie de pensée vise aussi bien à l'éclaircissement comme condition d'une possible et fidèle mémorisation. Ainsi, les idées seront donc non seulement toujours présentes mais encore claires et distinguées. Tout ceci est déjà nettement exposé dans les *Regulae* (en particulier dans la *règle XVI*)

> […] pour que nous ne soyons pas contraints d'immobiliser une partie de notre attention pour lui rendre sa fraîcheur, tout en vaquant à d'autres pensées, l'art y a très heureusement ajouté l'usage de l'écriture ; grâce au secours de cette dernière, nous ne confierons ici absolument rien à la mémoire, et nous préserverons tout entière notre fantaisie libre pour les idées présentes en inscrivant sur le papier tout ce qu'il faudra retenir […] Par ce système, non seulement nous ferons l'économie d'un grand nombre de mots, mais encore, et c'est le principal, nous rendrons manifeste les termes de la difficulté sous une forme si pure et si dépouillée que, sans que rien d'utile n'y soit omis, on n'y trouvera rien non plus de superflu, et qui risque d'accaparer inutilement la capacité de l'esprit lorsqu'il lui faudra embrasser plusieurs choses à la fois.[6]

---

[1] Règle XVI,
[2] Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Paris, Flammarion, 1902, rééd. 1968, p. 32.
[3] Lettre à Hogelande, 11 mars 1640.
[4] Etienne Gilson, Commentaire du discours de la méthode, p. 93.
[5] D'Alembert, *Encyclopédie méthodique*, rééd. ACL, p.32-33. C'est encore l'idée que Léon Brunschvicg prête comme commune à Descartes et Spinoza: « Sans modifier à proprement parler la réalité sur laquelle porte la mathématique, elle transforme le mode d'application de l'esprit à cette réalité; elle restreint la part de l'imagination, elle met en jeu l'activité de l'intelligence. »[17]

[6] Règle XVI, (AT X, 455) , Alquié, I, p.186.

La nécessité du recours à un aide-mémoire ne concerne pas seulement les rapports de la géométrie et de l'algèbre, elle est bien plus générale. Le rôle mnémonique de l'algèbre est un modèle de la capacité des chaînes déductives à conserver présentes les intuitions en jeu au cours de l'examen d'une *quaestio*. Ces chaînes ont la même fonction puisqu'elles font les liaisons nécessaires et suffisantes entre les intuitions qui peuvent être nombreuses et qui, sans elles, perdraient leur vertu éclairante et leur distinction. Le couple intution-déduction –faut-il le rappeler- est valide pour l'examen de toute *quaestio* et c'est ce qui autorise, je crois, mon analogie. Une *quaestio* étant un problème en un sens bien plus général que seulement mathématique. Pour fixer les idées, ce peut être la réfraction de la lumière, l'arc-en-ciel, la statuette de Tantale qui se remplit d'un coup, l'énigme du Sphinx, la chute des graves ou encore le système du monde. Si les *quaestiones* appartiennent à des genres différents, leur résolution mobilise une méthode ayant des traits communs, parmi lesquels, justement, la constitution mnémonique des chaînes déductives.
Comment résoudre une quaestio ? (Reg. XIII, AT X, 434)
- « Il doit évidemment y avoir quelque chose d'inconnu, sans quoi la recherche n'aurait, en effet pas de sens ; il faut pourtant que cette inconnue soit désignée par des conditions précises »[7].
- [Il faut orienter] « le regard de l'esprit de manière à prendre de chacune [de ces conditions précises] une intuition distincte »[8]. Ceci constitue la « compréhension de la quaestio ».
-«Il faut voir en quoi précisément consiste la difficulté, pour pouvoir l'abstraire de tout le reste »[9].
- Enfin, et après avoir examiné quelques caractères de la représentation par les signes, Descartes souligne que

> « Au reste, il faut observer d'une façon générale que l'on ne doit jamais rien confier à la mémoire de ce qui n'exige pas une attention constante, si on peut le mettre sur le papier : il ne faut pas, en effet, qu'un effort de mémoire superflu dérobe une partie de notre esprit à la tâche de connaître son objet présent ; il faut aussi faire une table (*index*) où nous inscrirons les termes de la question (*questionis*) tels qu'ils se seront proposés du premier coup […] une fois trouvée la solution sur les signes eux-mêmes, nous l'appliquerons facilement, et sans aucun recours à la mémoire, au sujet particulier dont il sera question […]»[10].

La déduction en général se heurte aux mêmes contraintes et limites que l'algèbre, en ce sens qu'elle ne peut « analyser l'infini » ou « à l'infini ». C'est bien pour cette raison que Descartes n'embrasse pas davantage l'infini dans la formation des idées qu'il n'enveloppe les courbes transcendantes dans sa *Géométrie.*

La théorie des proportions
Le second caractère commun aux deux rapports examinés est leur mode de fonctionnement. Celui-ci est fourni par la théorie des proportions. C'est la méthode de l'analogie –ou plus précisément de l'usage des moyennes proportionnelles- qui est commune dans les deux rapports de mon analogie.
Ce point a suffisamment été examiné dans la littérature cartésienne pour qu'il soit inutile d'y revenir. Je souligne cependant qu'il a généralement été analysé, « séparément ». Les commentateurs de la méthode cartésienne, en général, ont bien montré comment, de l'intuition en général à la déduction en général, on cheminait par des mises en rapport réglés, de degré en degré etc. Il est donc bien établi que la doctrine de la déduction cartésienne relève de la théorie des proportions. Il est d'autre part bien établi aussi, par les historiens des mathématiques que l'algèbre cartésienne est –quant à son mode d'élaboration et à sa justification intellectuelle- une

[7]Règle XIII, (Alquié, 163). Il n'est pas spécifiquement ici question des « chiffres de l'algèbre ».
[8] *Id*, 163-164.
[9] *Id*, 166
[10] *Id*. 189-190.

exploitation stricte de la théorie des proportions[11]. Je me contente ici, de rapprocher ces deux acquis de la littérature cartésienne pour signaler comme ils résonnent ensemble.

La *Mathesis Universalis* doit fonctionner selon les règles de la théorie des proportions. Entre les choses données et les choses cherchées existe une chaîne intuitive-déductive qui n'est autre qu'une suite de moyennes proportionnelles. On songera ici aux indications précises de la règle VI.

> « La règle VI montre qu'on peut expliquer à la fois la constitution de l'ordre, sa nature et sa primauté sur l'exemple d'insertions successives d'une moyenne proportionnelle ; et pareillement ces questions corrélatives : composition des natures simples, déduction et intuition, analyse et synthèse […] Cette décomposition par insertion de moyennes proportionnelles successives est un des premiers paradigmes de la théorie de la connaissance chez Descartes » (Michel Serfati, *Les compas cartésiens*, p.214)

Il est important de bien réaliser que *a priori*, l'algèbre cartésienne n'est pas fondée sur des procédures intuitives. L'algèbre dont hérite Descartes est une arithmétique générale et ne convient pas immédiatement –en tant que domaine de savoir constitué- à la méthode en cours d'élaboration[12]. Il faut assurer deux transpositions pour rendre ces procédures pertinentes.
Il faut d'abord interpréter les opérations littérales de l'algèbre comme des constructions géométriques (ce que réalisent les premières pages de la *Géométrie* ; de ce fait, en quelque sorte l'arithmétique disparaît des mathématiques cartésiennes). Il faut ensuite assurer que la vérité des opérations arithmétiques (qui justifiait les écritures littérales) demeure valide lorsque les choses que ces lettres expriment ont changé. Tel est le rôle des vérifications –par construction des racines et des solutions- des résultats délivrés par le calcul sur les polynômes.
On retiendra donc que l'algèbre n'est pas « du côté » de l'intuition. On n'a pas d'intuition de $a+b = b+a$. Il y a « derrière » cette simple formule le principe selon lequel a et b (quel que soit le genre de dimension qu'ils représentent) peuvent être « compris » comme des lignes droites et il y en outre la proposition euclidienne (I,2) et le postulat 3[13]. Il n'empêche, cette formule, comme les formules algébriques en général, fournit des connaissances claires et distinctes.
Insistons encore : l'algèbre, comme la déduction est *du côté* de l'artefact, du proprement humain et donc de la connaissance finie et limitée ; la géométrie, comme l'intuition est *du côté* de la connaissance par nature, de l'humain en tant que son entendement ressemble (de manière élémentaire, et d'une autre façon finie elle aussi) à celui de Dieu.
Il est assez remarquable de pouvoir conclure des remarques précédentes que le mathématicien qui –à juste titre- a attaché son nom à l'union de la géométrie avec l'algèbre, est aussi celui qui fonde la distinction la plus radicale quant à la nature de leurs fondements, de leurs objets premiers et de leurs méthodes propres.

J'ai eu tout à la fois une bonne et mauvaise surprise en préparant ce travail et en relisant avec attention l'article de Michel Fichant «*l'ingenium* selon Descartes »14. Cette idée d'analogie que je croyais assez originale ne l'était pas, mais elle était validée. Je lui rends donc la parole en citant ce qu'il écrit, p.14-15.

> « Comme le développe la Règle XVI, sitôt que le nombre des termes à ordonner en série pour traiter l'équation d'une question, dépasse deux, il faut recourir à une autre système

[11] On pourra voir, sur ce point, Jullien V., *Descartes, la géométrie de 1637*, PUF, p.41-43.
[12] Une précision est ici nécessaire. Descartes fait comme si l'association des écritures algébriques à la résolution des problèmes géométriques n'était pas déjà partiellement réalisée avant lui. Il définit l'algèbre comme une arithmétique générale dont les objets seraient seulement des chiffres, ce qu'elle n'est déjà plus au début du XVII[ème] siècle. Mais là n'est pas la question ; on cherche ici à comprendre comment lui-même organise la coopération de l'algèbre et de la géométrie, et non pas comment il s'inscrit, historiquement, dans le processus d'algébrisation de la géométrie.
[13] *cf.* Vitrac, *Les Eléments*, I, 200.
[14] Michel Fichant, « L'ingenium selon Descartes », *Science et métaphysique dans Descartes et Leibniz*, PUF, 1998, p.1-28.

> de signes, celui que fournissent les « notes brèves », caractères numéraux et lettres par où Descartes réforme l'écriture algébrique. Celle-ci assure la conservation permanente des traces et devient ainsi un substitut de la mémoire. Les deux chiffrages se rapportent l'un à l'autre comme l'intuition présente et la déduction qui tient en partie sa certitude de la mémoire. On retrouve ici la conformité de disposition entre les traces codées et les actes intellectuels qui mènent à la connaissance des choses par l'entremise de l'*ingenium*.[15] »

Je reproduis ici le tableau que dresse M. Fichant.

Acte de l'esprit	*Fantaisie (corporelle)*	*Code*
Intuition	Imagination de deux dimensions au plus	Lignes et rectangles
Déduction	Mémoire	Ecriture

Quelques pages auparavant, M. Fichant avait de même pointé le rôle essentiel de la méthode des proportions dans la théorie de la connaissance cartésienne.

> « Toute connaissance qui ne s'obtient pas par l'intuition d'une seule chose isolée –c'est-à-dire en fait toute connaissance qui doit être méthodiquement recherchée- est comparaison, ou instauration d'une série qui compose un ordre permettant de ranger les termes connus et inconnus d'une même *quaestio* selon une proportion continue (en quoi se concentre la « somme de toute la science de la pure mathématique ») ; la proportion sera enfin réduite en égalité ou équation ». De sorte que toute connaissance revient à la mise en équation, c'est-à-dire à la détermination de quelque grandeur » (*id.* p.8-9).

Pour résumer cet aspect des choses, je dirais que comme la résolution d'un problème de mathématique est possible selon la mise en équation ordonnée des éléments connus et inconnus qui le déterminent, de même, la résolution d'une quaestio est possible si une série finie de rapports immédiats (et donc intuitifs) entre les éléments simples qui la détermine peut être établie. Cette série est comme une équation dont la résolution est proprement la déduction. Sans doute doit-on dire que la mise en équation est une partie constituante et nécessaire de la déduction et que cette dernière ne s'achève qu'avec le démêlage de l'équation, opération qui ne doit rien à l'intuition, ni à la nature géométrique des objets, mais à l'automatisme de l'algèbre.
Or ceci, et Fichant le reconnaît volontiers, est bien passé des *Regulae* à la *Géométrie* :
-équivalence entre mise en équation et insertion de moyenne proportionnelle.
-primauté du rapport ou de la comparaison, qui s'étend à la comparaison des équations, c'est-à-dire à des choses déjà mises en formule.
-caractère essentiellement relationnel de la connaissance.
Ces traits caractéristiques de ce que j'ai présenté depuis le début comme une analogie constituent un « idéal d'unité de la science cartésienne ».
Il n'est pas inutile de remarquer cette réalisation puisque certains auteurs ont voulu insister sur la rupture au point de ne pas reconnaître *La Géométrie* de 1637 comme conforme au projet des *Regulae.* Or si ce programme de la géométrie algébrique, comme archétype de la méthode « intuition-déduction » est exposé dans les *Regulae*, sa réalisation précise, caractérise la *Géométrie*. Je n'entre pas, ici dans l'évaluation de son exactitude, c'est à dire des performances et des insuffisances de cet *Essai*. Ceci a été entamé très tôt par les mathématiciens et les commentateurs des mathématiques cartésiennes, et mené à bien y compris dans des travaux récents. Il a souvent été décrit que la manière d'exposer n'y rend pas très claires les « longues chaînes de raisons » qui associent les intuitions en série déductives. Force est de reconnaître que

[15] Michel Fichant, p.14-15. L'ingenium est la force purement spirituelle par laquelle nous connaissons les choses lorsqu'elle opère sur des idées. Ces idées sont véritablement des traces matérielles, des dépôts, des empreintes d'un sceau dans la cire ; ceci a comme invariant la figure, fut-elle transformée, modifiée et transposée.

le rapport (Intuition/déduction) est souvent assez obscur (Descartes l'a souvent admis en arguant que c'était là une question de présentation ; on peut l'admettre). On aurait tort, je crois, de ne pas voir qu'il est cependant fondamentalement à l'œuvre. La géométrie devient *géométrie algébrique*, via notamment, la résolution du problème de Pappus, or, celle-ci est menée par le moyen précis de la réalisation d'une chaîne déductive, constituée à partir d'intuitions de nature géométrique, d'une manière absolument conforme à ce qu'annonçaient les *Regulae*. Il serait un peu fastidieux d'en apporter ici la démonstration ; elle me semble difficilement discutable.

Seconde partie. Que devient cette analogie dans la suite du système ?

Une thèse largement développée dans les études cartésiennes récentes met l'accent sur le changement de l'épistémologie cartésienne advenu au cours de la constitution du système métaphysique.

> « La réalisation de la science cartésienne abandonne en fait cet idéal d'unité après 1630 … Géométrie et physique vont se constituer désormais à part l'une de l'autre et leur relation aux acquis des *Regulae* qui survivent à l'abandon de leur dessein est paradoxale. Quelque chose en effet, des moyens méthodiques instaurés dans les règles XIII et XIV passe bien dans la *Géométrie de 1637*, mais c'est au prix d'un changement radical dans la conception des mathématiques et de leur place dans l'ensemble du savoir » (Fichant, p.21-22)

L'auteur poursuit ainsi :

> « Il se pourrait que la science dont les *Regulae* tracent le plan et élaborent les outils méthodiques ne se réalise pas là où on croyait pouvoir l'attendre –voire même qu'elle ne se réalise véritablement nulle part » (*id*)

M. Fichant est notamment préoccupé de rompre des lances avec M. Guéroult, contre la vision statique et nettement forgée d'un cartésianisme « séminalement présent » dans les *Regulae* (*Descartes selon l'ordre des raisons*), il souhaite montrer, privilégiant l'étude génétique ou évolutionnaire du cartésianisme, combien forte est la rupture entre les *Regulae* et le cartésianisme « post 1630 ». En un sens, cette présentation est indiscutable : les grands traités cartésiens de philosophie naturelle ne mettent pas les *quaestiones* en équations ; les phénomènes ne sont pas expliqués, ni leurs causes découvertes par une méthode formellement analogue à celle de la géométrie algébrique.

Pour rendre compte de cette situation, nous n'avons pas un grand choix de possibilités. J'en vois trois ou quatre. La première : Descartes n'examine plus le rapport de l'algèbre à la géométrie, ni le rapport de la déduction à l'intuition. La seconde, s'il reste constant dans sa manière de comprendre les relations entre la géométrie et l'algèbre, il ne la considère plus comme modèle de la méthode générale des autres sciences ; cette possibilité se dédouble alors en deux : soit qu'il ne considère plus que les relations entre les intuitions et les déductions constituent une méthode générale, soit qu'il considère que l'analogie ne fonctionne plus. La troisième possibilité : il maintient la valeur de cette analogie, mais ne la met pas en œuvre.

Les quelques citations suivantes devraient clarifier la situation.

Dans le *Discours de la méthode* (AT VI, p.3), il est exposé que

> " J'ai formé une méthode, par laquelle il me semble que j'ai moyen d'augmenter par degrés ma connaissance, et de l'élever peu à peu au plus haut point, auquel la médiocrité de mon esprit et la courte durée de ma vie lui pourront permettre d'atteindre " (p.3)

Suit immédiatement la présentation des quatre préceptes, les deux premiers « forment *les préceptes de l'intuition* ; les deux suivants de la *déduction*. Cette méthode est celle des géomètres[16].

[16] C'est sans doute ici le plus net exposé de la « manière d'être » de l'algèbre à la géométrie : « Puis, ayant pris garde que, pour les connaître, j'aurais quelquefois besoin de les considérer chacune en particulier, et quelquefois seulement de les retenir, ou de les comprendre plusieurs ensemble, je pensai que, pour les considérer mieux en particulier, je les

Toute la fin de la seconde partie du *Discours* est organisée en allers et retours entre les succès déjà acquis de cette façon dans les mathématiques et la promesse qu'elle s'étend aux autres sciences. :

> [ainsi] mon esprit s'accoutumerait peu à peu à concevoir plus nettement et plus distinctement ses objets, et que, ne l'ayant pas assujettie [cette méthode] à aucune matière particulière, je me promettais de l'appliquer aussi utilement aux difficultés des autres sciences, que j'avais fait à celles de l'algèbre » (AT VI, p.21)

On a ainsi une déclaration de confiance dans l'analogie ; toute l 'épistémologie cartésienne est mise « sous le signe » de la proportion « intuition/déduction = géométrie/algèbre ».

Dans *Le Monde*, la connaissance du rapport intuition/déduction est réaffirmée on ne peut plus clairement : Les atomes de certitudes (ou intuitions) sont dans

> « les vérités éternelles, sur qui les mathématiciens ont accoutumé d'appuyer leurs plus certaines et plus évidentes démonstrations : ces vérités, dis-je, suivant lesquelles Dieu même nous a enseigné qu'il avait disposé toutes choses en nombre, en poids et en mesure ; et dont la connaissance est si naturelle à nos âmes, que nous ne saurions ne les pas juger infaillibles, lorsque nous les concevons distinctement, […] De sorte que ceux qui sauront suffisamment examiner les conséquences de ces vérités et de nos règles pourront connaître les effets par leurs causes; (et) pourront avoir des démonstrations a priori de tout ce qui peut te produit en ce nouveau Monde. » (*Le Monde*, VII, ATXI, 47-48)

Le fameux article 64 de la seconde partie des *Principes* valide l'analogie :

> « …Touchant cela (les choses corporelles), je ne veux rien recevoir de vrai, sinon ce qui en sera déduit avec tant d'évidence, qu'il pourra tenir lieu d'une démonstration mathématique. Et parce qu'on peut rendre raison, en cette sorte, de tous les phénomènes de la nature, comme on pourra juger par ce qui suit, je ne pense pas qu'on doive recevoir d'autre principes en la physique, ni même qu'on ait raison d'en souhaiter d'autres, que ceux qui sont ici expliqués. » (ATIX-2, p.102)

Dans les Méditations, qu'en est-il ? On lit, dans l'Avant-propos " à Messieurs les doyens et docteurs " (ATIX, 6-7)

> " …J'ai cultivé une certaine méthode pour résoudre toutes sortes de difficultés dans les sciences ; [plusieurs personnes] savent que je [m'en] suis servi assez heureusement en d'autres rencontres; j'ai pensé qu'il était de mon devoir de tenter quelque chose sur ce sujet (existence de Dieu, distinction de l'âme du corps).

En principe donc, la première possibilité est éliminée. Nous serions même dans le cadre de la troisième: Descartes soutient la validité de son analogie méthodologique ; il demeure de droit, dans l'épistémologie cartésienne de considérer que les difficultés se résolvent selon des enchaînements déductifs, à partir d'intuitions et que l'exemple de succès de cette méthode est offert par la géométrie algébrique.

Il faut pourtant repérer quand et comment Descartes s'écarte de cette épistémologie qu'il ne renie pas et qu'il ne met pourtant pas en œuvre, notamment dans ses grands traités de physique. Je ne peux ici qu'indiquer quelques pistes.

---

devais supposer en des lignes, à cause que je ne trouvais rien de plus simple, ni que je pusse plus distinctement représenter à mon imagination et à mes sens ; mais que, pour les retenir, ou les comprendre plusieurs ensemble, il fallait que je les expliquasse par quelques chiffres, les plus courts qu'il serait possible[1], et que, par ce moyen, j'emprunterais tout le meilleur de l'analyse géométrique et de l'algèbre, et corrigerais tous les défauts de l'une par l'autre. » (Discours, p.20-21.)

La première est que les enchaînements rationnels peuvent avoir d'autres sources que l'intuition. Les *Principes* (troisième et quatrième parties) sont explicites sur ce point, les expériences et aussi les hypothèses très probables peuvent et même doivent fournir des points d'appui aux inférences et fournir des solutions à bien des questions ouvertes par les phénomènes. Le texte canonique de cette voie est l'article 4 de *Principes* III :

> « Des phénomènes ou des expériences, et à quoi elles peuvent servir ». Or les principes que j'ai ci-devant expliqués, sont si amples qu'on en peut déduire beaucoup plus de choses que nous n'en voyons dans le monde, et même beaucoup plus que nous n'en saurions parcourir de la pensée en tout le temps de notre vie. C'est pourquoi je ferai ici une brève description des principaux phénomènes dont je prétends rechercher les causes […] afin que nous puissions choisir, entre une infinité d'effets qui peuvent être déduits des mêmes causes, ceux que nous devons principalement tâcher d'en déduire. (GF III , 224)

Les articles 204 et 205 des *Principes* IV nous renseignent de la même manière.

La partie VI du *Discours* allait déjà en ce sens. Résumant ce que contenait son *Monde* interdit, Descartes en rappelle une des étapes :

> Mais il faut que j'avoue que la puissance de la nature est si ample et si vaste et que ces principes sont si simples et si généraux, que je ne remarque quasi plus aucun effet particulier, que d'abord je ne connaisse qu'il peut en être déduit en plusieurs diverses façons et que ma plus grande difficulté est d'ordinaire de trouver en laquelle de ces façons il en dépend. Car à cela je ne sais point d'autre expédient que de chercher derechef quelques autres expériences, qui soient telles que leur événement ne soit pas le même si c'est en l'une de ces façons qu'on doit l'expliquer, que si c'est une autre ” (F.A., 636-637).

Ainsi donc, les effets particuliers ne sont pas sous le régime de la déduction nécessaire. Ces textes déstabilisent l'univocité de la déduction qui va des principes aux effets ; il y a tant d'effets possibles, compatibles, cohérents avec ces principes, que ceux-ci et ceux-ci seuls ne suffisent pas à prédire quel effet particulier sera en œuvre dans notre monde sensible.
Le prix à payer est nettement affiché, il porte sur la nature de la certitude acquise de la sorte. L'enchaînement explicatif, la compréhension n'est plus que « très hautement probable », elle fournit une certitude morale. L'article 205 *Principes IV* nous dit en effet « *Que néanmoins on a une certitude morale, que toutes les choses de ce monde sont telles qu'il a été démontré qu'elles peuvent être.* » Il convient encore de lire l'analogie du 'chiffre', du codage, hypothèse dont les effets sont si concordants qu'on doit en être moralement certain, même si cette certitude est a posteriori.
L'important, pour notre discussion étant de mesurer comment Descartes s'écarte en fait, dans ces importants passages, du modèle analogique principal.

La seconde piste concerne la métaphysique. La mise entre parenthèse de la méthode analogique est totalement différente du cas précédent, celui de la physique. Ce ne sont plus les *termes conséquents* qui posent problème, mais les *termes antécédents*, ou si l'on préfère, les premiers principes, les intuitions. Deux textes exposent clairement la difficulté par comparaison justement avec la méthode de la géométrie algébrique.
Dans l'Avant-propos aux *Méditations*, « à Messieurs les doyens et docteurs » (ATIX, 6-7), on lit ceci :

> […] j'ai traité les premières et principales [raisons] d'une telle manière que j'ose bien les proposer pour de très évidentes et très certaines démonstrations. Néanmoins, quelque certitude et évidence que je trouve en mes raisons, je ne puis pas me persuader que tout le monde soit capable de les entendre [1]. Mais, tout ainsi que dans la géométrie il y en a plusieurs […] qui sont reçues de tout le monde pour très certaines et très évidentes,

> parce qu'elles ne contiennent rien qui, considéré séparément, ne soit très facile à connaître, et qu'il n'y a point d'endroit où les conséquences ne cadrent et ne conviennent fort bien avec les antécédents ; néanmoins, parce qu'elles sont un peu longues, et qu'elles demandent un esprit tout entier, elles ne sont comprises et entendues que de fort peu de personnes : de même, encore que j'estime que celles dont je me sers ici, égalent, voire même surpassent en certitude et évidence les démonstrations de géométrie, j'appréhende néanmoins qu'elles ne puissent pas être assez suffisamment entendues de plusieurs, tant parce qu'elles sont aussi un peu longues, et dépendantes les unes des autres, que principalement parce qu'elles demandent un esprit entièrement libre de tous préjugés et qui se puisse aisément détacher du commerce des sens. Et en vérité, il ne s'en trouve pas tant dans le monde qui soient propres pour les spéculations métaphysiques, que pour celles de géométrie».

Le schéma général est à nouveau et très nettement validé, qui doit fonctionner y compris dans les matières de métaphysique. Si la méthode y rencontre moins de succès (chez les autres), c'est en raisons de préjugés divers qui font qu'il y a davantage de sceptiques en métaphysique qu'en géométrie ; naturellement, ce scepticisme affaiblit la confiance absolue qu'il conviendrait d'accorder aux «premières notions ».

Dans les *secondes réponses*, on trouve une forme d'explication de la difficulté d'application de la méthode ; le défaut est bien repéré « du côté » des intuitions :

> « Car il y a cette différence que les premières notions qui sont supposées pour démontrer les propositions géométriques, ayant de la convenance avec les sens, sont reçues facilement d'un chacun ; c'est pourquoi il n'y a point de difficulté, sinon à bien tirer les conséquences [au contraire en métaphysique] la principale difficulté est de concevoir clairement et distinctement les premières notions » (*Secondes réponses,* AT IX, 122)

Autrement dit, les *quaestiones* de métaphysique ne laissent pas facilement découvrir les intuitions qui devraient servir de départ.

La troisième piste est tracée par les diverses occasions en lesquelles Descartes se dispense de traiter les affaires (les solutions) en détail. La préface des *Principe* indique en effet que

> Le dernier et principal fruit de ces principes est que l'on pourra, en les cultivant, découvrir plusieurs vérités que je n'ai point expliquées […]je sais bien aussi qu'il pourra se passer plusieurs siècles avant qu'on ait ainsi déduit de ces Principes toutes les vérités qu'on en peut déduire (AT IX-2, p.20)

Le schéma épistémologique complet est ainsi soumis à cette restriction essentielle, plus clairement identifiée dans le chapitre VII du *Monde* où on lit, juste après les Règles de la nature qu'il pourrait certes quantifier tous les effets qui en découlent, mais ne le fera point et quelques lignes plus loin (AT 11, 48) :

> " Ensuite de quoi, néanmoins, je ne vous promets pas de mettre ici des démonstrations exactes de toutes les choses que je dirai "

Descartes se défausse de faire fonctionner toute l'analogie ; ces déductions ne seront pas mises en équations. Les raisons avancées sont assez peu crédibles :

> " ce sera assez que je vous ouvre le chemin, par lequel vous les pourrez trouver de vous même, quand vous prendrez la peine de les chercher ".

Ce n'est donc pas le principe même de l'analogie qui est remis en doute, mais les conditions de son effectuation. La physique devrait être mise en équation, mais, pour des raisons assez fragiles, elle ne l'est pas effectivement.

Ainsi donc, même s'il y a de fait, un moment cartésien où l'analogie est exposée comme devant être mise en œuvre et donc, où les *quaestiones* sont réputées devoir être mises en équation et un moment cartésien où elles ne le sont pas, tout en étant réputées résolues ; donc, même si cette nette rupture est attestée et reconnue, quelque chose « passe » ou surnage, ou perdure du cartésianisme d'avant au cartésianisme d'après, et ce « quelque chose qui passe » me semble justement être l'analogie annoncée qui devient de la sorte un noyau dur du cartésianisme puisqu'elle survit à la principale réforme interne de la philosophie cartésienne. Alors qu'elle n'est plus actualisée, elle demeure *l'en puissance* de l'épistémologie cartésienne.

Aussi on devra admettre qu'une tension formidable est rendue manifeste : l'analogie, exposée et utilisée depuis les *Regulae* jusqu'à la *Géométrie* est confirmée et réputée valide pour la « philosophie de la connaissance » en général, comme méthode d'obtention des solutions à toute *quaestio* ; or, ceci se passe alors que l'on assiste au bouleversement du système philosophique (ou de sa constitution comme système) : le *cogito* et la création des *vérités éternelles* sont installés au fondement du système, en lieu et place du codage universel délivré par la *réduction à l'étendue*. La vérité des choses est atteinte à partir de la métaphysique et on ne voit plus très bien comment l'une s'appliquera à l'autre et la plus spectaculaire conséquence en est la faible ou la malaisée exploitation de la méthode aux phénomènes de la nature.

Ce qui est plus obscur encore est la présence confirmée du couple (intuition, déduction) sans mise en œuvre du couple (géométrie, algèbre) c'est-à-dire, sans « mise en équations ». De ce point de vue, l'analyse que j'ai proposée de la chute des graves (en particulier du passage des *Anatomica* qui porte sur ce point)[17] me semble intéressante : les éléments de la *quaestio*, rendue méthodiquement plus complexe dans les différents cas de chute, relèvent bien d'un type d'analyse tel qu'il est proposé dans les *Regulae*, quoique la mise en équation y soit cachée.

Ce que je retiens, depuis longtemps, est que cet affaiblissement des perspectives ouvertes par le programme de l'analogie « algèbre :géométrie/déduction :intuition » est largement dû à des problèmes intrinsèques, et pas seulement à une sorte de « réorientation métaphysique » : il résulte aussi de ce que les mathématiques de la géométrie algébrique n'atteignent pas l'infini qui est pourtant indispensable pour l'analyse des principales questions de philosophie naturelle d'alors[18].

La conclusion de tout ceci est que le renoncement à la mise en équation, à l'algébrisation des différentes sciences n'est pas bien fondé dans le cartésianisme ; il est instable, peu assumé et vécu comme un échec ; il constitue comme un « côté obscur » du cartésianisme. On a beaucoup travaillé sur le concept d'abstraction chez Descartes qui le sépare radicalement d'un galiléisme mathématique ; il n'empêche, si les relations entre les causes et les effets des phénomènes de la nature ne sont pas véritablement atteintes par leur expression mathématique, elles devraient pouvoir être rendues manifestes grâce à des mises en équations, puisque l'analogie qui commande cette possibilité n'est jamais répudiée par Descartes. C'est là une des explications au fait que, malgré son allure dogmatique, la science cartésienne soit apparue capable d'offrir une ouverture, une brèche, dans laquelle devait s'engouffrer la science moderne, mathématisée.

Dans le tome I de l'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, qui couvre les années 1666-1686, on a en effet un *Avertissement* de Fontenelle qui donne l'état d'esprit des auteurs et des académiciens ; on y lit ceci qui fournira ici le mot de la fin: « ce n'est guère que de ce siècle-ci que l'on peut compter le renouvellement des mathématiques et de la physique. Monsieur Descartes et d'autres grands hommes y ont travaillé avec tant de succès que dans ce genre de littérature, tout a changé de face …les mathématiques qui sont mêlées avec la physique ont avancé avec elle […] »

---

[17] *Essai d'interprétation d'un extrait des* Anatomica *de René Descartes, du 5 février 1635*, « Académie internationale d'Histoire des sciences », n.144, vol.50/2000 .

[18] On pourra sur ces points, lire mon article, *Les frontières dans les mathématiques cartésiennes* , « Historia scientiarum », Vol.8-3,(1999), p.211-238 et le livre de Jullien V. et Charrak A., *Ce que dit Descartes touchant la chute des graves*, Septentrion, 2002.